

Autour des théories de collapse spontané; rôle de la gravité

F. Laloë

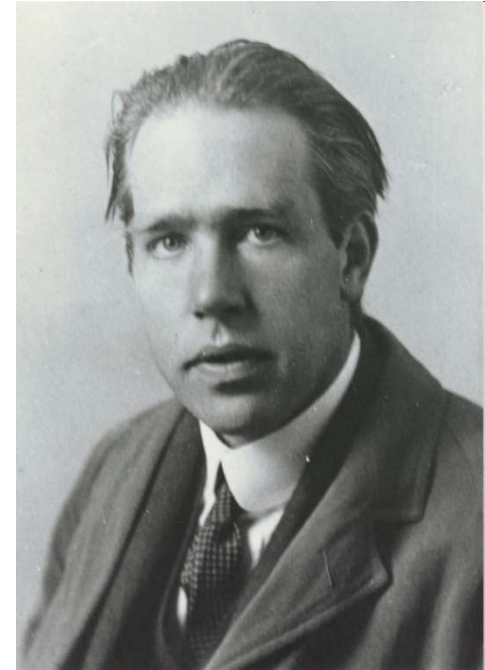
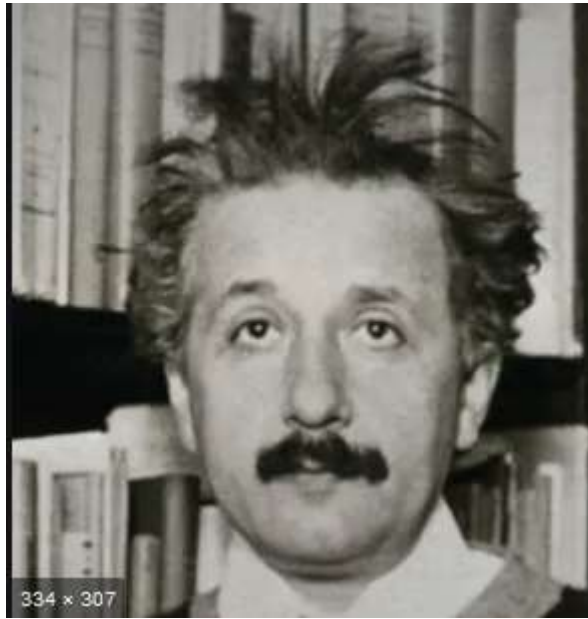
LKB, ENS Paris

Paris, 27 janv. 2020

- Max Jammer, « The conceptual development of quantum mechanics », Mc Graw Hill (1966)
- Lee Smolin, « Einstein's unfinished revolution », Penguin Press (2019)
- F. Laloë, « Do we really understand quantum mechanics? », CUP (2012)

- Introduction historique; difficultés de la mécanique quantique
- théories à variables additionnelles, dBB (de Broglie-Bohm) et théories de collapse spontané
- Relations avec la gravité

3



Planck, Einstein, Bohr

Planck, 1900: rayonnement du corps noir; constante h .

Einstein (re-)introduction des quanta de lumière (1905)

Le problème fondamental à l'époque était: pourquoi la matière est-elle stable?

Bohr's et son modèle (1913) orbites quantiques, saut quantiques

Les orbitales atomiques sont stables parce que nous supposons qu'elles sont stables.

Tout cela est quelque peu mystérieux ..

de Broglie, Schrödinger

5



De Broglie (1924): associe à toute particule d'impulsion p une longueur d'onde $\lambda = h/p$.

Schrödinger écrit en 1926 une équation pour la fonction d'onde Ψ . Cette équation explique le spectre de l'atome H, sans avoir à postuler des orbites quantifiées. L'équation explique également les propriétés des autres atomes, des molécules, des solides, etc .

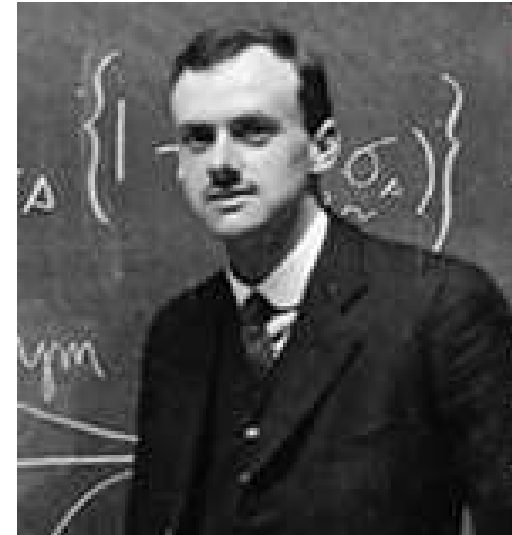
Mais des difficultés apparaissent:

L'onde de Schrödinger ne se propage pas dans l'espace ordinaire, comme le ferait une onde sonore ou électromagnétique; elle se propage dans **l'espace de configuration**, bien plus grand (3×10^{23} dimensions pour une mole de gaz!)

En dépit des espoirs initiaux de Schrödinger (1926), les paquets d'ondes changent de forme et s'étalent indéfiniment. Les particules se diluent dans l'espace!

Par exemple, lors qu'une collision avec un potentiel central, l'onde diffusée part dans toutes les directions de l'espace, alors qu'en pratique on observe toujours une trajectoire après une collision.

Synthèse: interprétations « standard » et « de Copenhague⁷ ».



M. Born: interprétation probabiliste de la fonction d'onde (règle de Born)

N. Bohr (interprétation de Copenhague): une expérience de physique constitue un tout indissociable (holisme).
Complémentarité. Les atomes n'ont pas de propriété intrinsèque.

Heisenberg: « atoms are not real; they form a world of potentialities and possibilities, rather than a world of facts ».

Dirac introduit le formalisme que nous connaissons et utilisons tous.

Von Neumann: introduit le « postulat de réduction/collapse » : pendant une mesure, une information est acquise, et la fonction d'onde saute de la valeur prédite par la dynamique de Schrödinger à une valeur « réduite ». Cette valeur est aléatoire et dépend du résultat de mesure.

La fonction d'onde, quelle est son statut (*) ?⁹

L'utilisation de la mécanique quantique demande celle d'une fonction d'onde/vecteur d'état (c'est le cas même en théorie des champs). Quel est alors le rôle de cet objet mathématique?

- il décrit directement un état du système physique (textbooks)
- il décrit un ensemble statistique de systèmes préparés dans les mêmes conditions (interprétation statistique, Einstein, Ballentine, Balian, etc.)
- il décrit notre connaissance de l'état physique du système (MQ informationnelle, Qbism, etc.)
- il décrit les relations entre un système quantique et un appareil de mesure, ou plus généralement un environnement (Auffèves et Grangier, etc.)
- il peut décrire l'état de l'Univers entier, y compris tous les observateurs qui s'y trouvent (Everett).
- etc.

(*) ou, de façon équivalente, le vecteur d'état, l'opérateur densité, le dual de l'algèbre, etc.

Et comment la fonction d'onde évolue-t-elle dans le temps? 10

- Tout le monde est d'accord que, dans des « situations normales », elle évolue selon l'équation de Schrödinger; cette équation standard est continue et déterministe.

- Mais, si l'on prend cette équation trop au sérieux, on arrive à des paradoxes: possibilité d'apparition de **QSMDS** (quantum superpositions of macroscopically distinct states), chats de Schrödinger, pas d'unicité macroscopique; etc.)

- En particulier, von Neumann a analysé un processus de mesure en traitant quantiquement l'appareil, et montré qu'il se termine en général par un état où le « pointeur » de l'appareil indique plusieurs résultats différents à la fois. Que devient la physique expérimentale dans ces conditions?

Evolution de la fonction d'onde dans le temps¹¹

- La conclusion est que « il faut vraiment faire quelque chose », et poser une limite au-delà de laquelle la dynamique de Schrödinger n'est plus valide. La valeur de la fonction d'onde doit être changée, par exemple mise à jour pour tenir compte de l'information acquise pendant la mesure; c'est le postulat de réduction de von Neumann.

- Quelle que soit la méthode retenue, il nous faut introduire une frontière (« cut », « shifty split »), entre différentes situations, systèmes, etc. La difficulté est alors de déterminer où cette frontière doit intervenir.

Théories à variables additionnelles (parfois dites « variables cachées »).

- De Broglie et Bohm (dBB) : on ajoute des positions
- Lee Smolin: on ajoute des positions relatives (MQ relationnelle)
- MQ modale : on ajoute un vecteur d'état/fonction d'onde
- Nelson : on ajoute un milieu subquantique
- etc.

Mécanique quantique standard

$$\Psi = R e^{iS} \quad \text{Courant de probabilité:} \quad \mathbf{J} = \frac{\hbar}{m} |\Psi|^2 \nabla S$$

Conservation locale de la probabilité:
$$\frac{\partial}{\partial t} |\Psi|^2 + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

Mécanique quantique dBB

A la fonction d'onde standard d'une particule sans spin, on ajoute une position \mathbf{Q} , dont le mouvement est donné par l'équation de guidage:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{Q} = \frac{\hbar}{m} \nabla S$$

Lorsque la même expérience est répétée plusieurs fois, la fonction d'onde reste la même, mais les valeurs initiales de la position \mathbf{Q} sont aléatoires, distribuées selon la distribution $|\Psi|^2$ (condition d'équilibre quantique).

On peut montrer que la condition d'équilibre quantique reste satisfaite à tout instant t ultérieur. Cet équilibre est en fait un attracteur de la dynamique (Valentini).

La théorie dBB pour une seule particule n'est pas tellement passionnante... Elle devient plus intéressante pour plusieurs particules, dont les positions sont guidées dans l'espace des configurations.

La théorie dBB a permis de voir la non-localité quantique (théorème de Bell) et d'éclairer des concepts comme celui de contextualité quantique (théorème BKS).

De façon générale, tracer les trajectoires du courant de probabilité conduit souvent à de belles illustrations des effets quantiques.

Elle donne lieu à mille débats philosophiques, concernant par exemple la réalité physique des positions bohmiennes, ou celle du champ quantique de guidage, etc..

Comme ses prédictions sont strictement identiques à celles de la théorie standard, certains la considèrent comme du bavardage inutile.

La théorie dBB conserve les corrélations entre particules: les positions bohmiennes des particules du pointeur peuvent aller, soit dans la position correspondant à un résultat, soit dans celle correspondant à un autre, mais elles restent toutes ensemble.

Dynamique de Schrödinger modifiée avec collapse

- La théorie GRW (Ghirardi Rimini Weber)

- des processus aléatoires soudains:
$$|\Psi'(t)\rangle = \frac{F_j |\Psi(t)\rangle}{\langle \Psi(t) | (F_j)^2 | \Psi(t) \rangle^{1/2}}$$

où F_j est un opérateur de localisation. On fait la somme sur des opérateurs j répartis dans tout l'espace.

- Deux paramètres sont introduits: une longueur de localisation qui caractérise F_j , et une constante de temps de localisation qui donne le nombre de « hits » par unité de temps.

- Enfin on introduit une « probability rule » : la probabilité de chaque processus est proportionnelle à la norme de l'état final

On peut voir que les QSMDS sont rapidement résolues en une seule de leurs composantes (chat mort OU vivant, pas ET). Avec un choix approprié des deux constantes, les systèmes microscopiques sont pratiquement insensibles aux processus de localisation.

Dynamique de Schrödinger modifiée avec collapse

- La théorie CSL (Continuous Spontaneous Collapse, P. Pearle)

Les processus de localisation discontinus sont remplacés par des processus stochastiques de Wiener à spectre large.

Contrairement à dBB, ces théories ne sont pas équivalentes à la mécanique quantique standard, puisqu'elles changent vraiment la dynamique. Elles prévoient une décohérence supplémentaire, un réchauffement spontané des corps solides, etc.

Des expériences ont été réalisées, et continuent, pour tester les domaines des deux paramètres qui sont compatibles avec les données. Par exemple, les expériences de Markus Arndt à la Boltzmann Gasse à Vienne: interférences sur des grosses molécules.

Les deux versions demandent l'introduction de deux constantes dimensionnelles:

- a localization length a_L
- a time rate γ_L

Elle délimitent la frontière d'une transition progressive entre le monde microscopique (la dynamique quantique standard s'applique) et macroscopique (pas de chat de Schrödinger).

En gros, dans une expérience, aucun effet de projection ne se produit tant que la QSMDS n'a pas atteint une certaine taille mésoscopique; rien ne se passe tant que la quantité quantique mesuré n'a pas laissé de trace forte dans les variables de l'appareil de mesure. C'est l'appareil lui-même qui subit la projection et qui, par effet EPR, la transmet au système quantique mesuré.

Relations avec la gravité

La théorie de la relativité générale exprime la façon dont la gravité courbe l'espace-temps. Mais la structure de l'espace-temps et la mécanique quantique coexistent assez difficilement.

Bohr avait vu cela très clairement. Il a par exemple écrit :

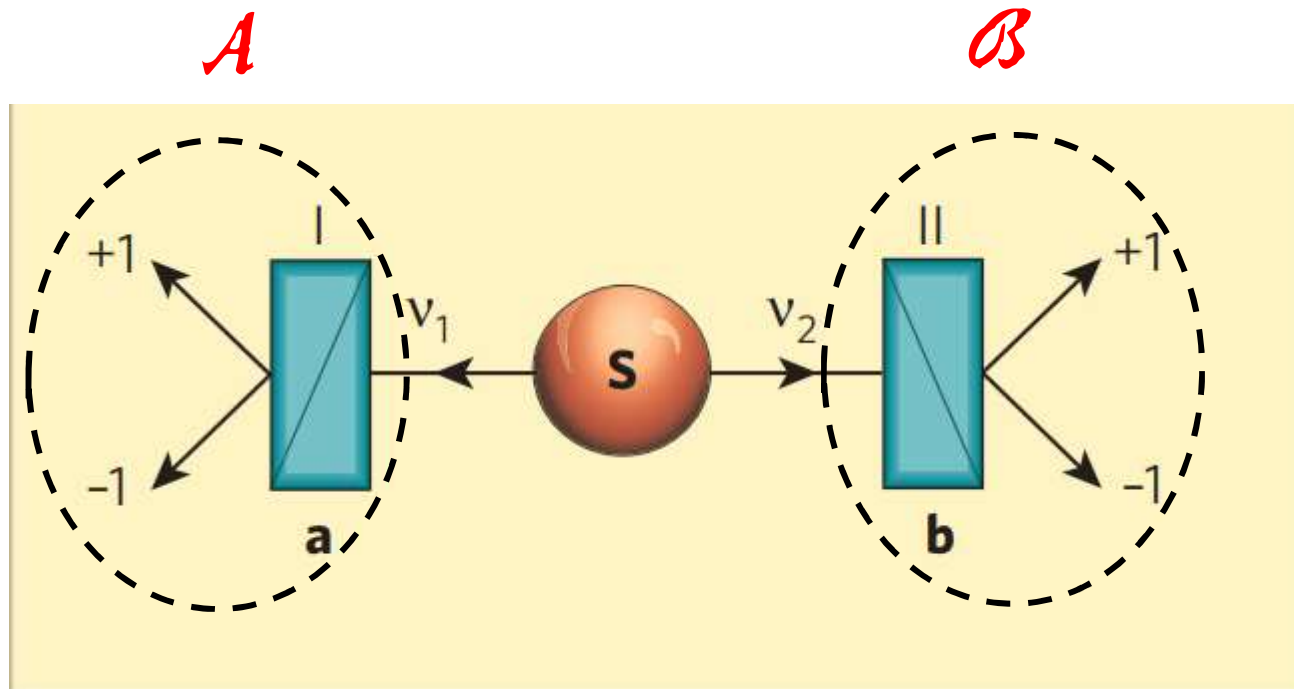
“We learn from the quantum theory that the appropriateness of our usual causal space-time description depends entirely upon the small value of the quantum of action as compared to the actions involved in ordinary sense descriptions”.

in the conclusion of his reply [35] to the famous Einstein-Podolsky-Rosen article [17], Bohr writes “the very essence of this theory [quantum mechanics] is the establishment of new physical laws, in the comprehension of which we must renounce the customary separation of space and time ideas”.

On parle parfois dans ce contexte de « failure of space-time description »

Nous y reviendrons.

Les expériences de EPR-Bell



No possibility of superluminal communication
« Peaceful coexistence between quantum mechanics and relativity »

La théorie des champs, quel rôle joue la gravité?

Il existe deux points de vue opposés sur la gravité:

1. La relativité générale fournit la structure de l'espace-temps dans lequel se propagent tous les autres champs.
2. Le champ gravitationnel est un champ comme les autres, et doit être quantifié (gravitons).

Le point de vue 1 décrit plus ou moins l'état présent de la physique théorique standard (modèle standard, etc.).

Le point de vue 2 est actuellement l'objet de recherches très actives : supersymétries, théorie des cordes, géométrie non-commutative, gravité à boucles, CWL, etc.

Il est très difficile de mettre au point une théorie où l'espace-temps lui-même est quantique, et fluctue!

Equation de Schrödinger-Newton

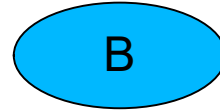
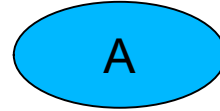
$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V - Gm^2 \int \frac{|\Psi(t, \mathbf{y})|^2}{|\mathbf{x} - \mathbf{y}|} d^3 \mathbf{y} \right] \Psi$$

- La non-linéarité introduit des solitons, qui pourraient expliquer pourquoi les particules restent localisées dans l'espace.
- Elle peut introduire des possibilités de communication superluminale (Gisin)
- Elle n'explique pas l'unicité macroscopique (un seul résultat de mesure)

- Penrose: argument et conjecture

22

Une QSMDS d'un objet massif se trouvant à la fois dans deux régions de l'espace



$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\Phi_A\rangle + |\Phi_B\rangle]$$

- Penrose remarque que, si l'on combine la relativité générale avec la mécanique quantique, on en conclut que la géométrie de l'espace-temps n'est pas bien définie, mais dans une superposition de deux situations complètement différentes. Comment traiter une telle situation en relativité?
- Par exemple, comment pouvons-nous calculer l'interférence d'un objet qui a suivi deux géométries différentes et arrive en une région avec deux temps propres différents?

- Conjecture de Penrose

- Même dans un espace-temps plat, il remarque également que l'énergie gravitationnelle n'est pas bien définie, mais subit une grande fluctuation quantique ΔE , de l'ordre de sa valeur moyenne.
- Il postule alors que, en un temps $\text{time } h/ \Delta E$, les composantes du vecteur d'état d'énergie la plus grande se décomposent spontanément dans l'une des composantes d'énergie la plus basse, de sorte que l'objet macroscopique se trouve localisé.
- Si l'objet en question est le pointeur d'un appareil de mesure, ceci résoud le problème de la mesure quantique. Mais quelle est le mécanisme, l'origine, de cette décomposition spontanée?

Modèle GBC (Gravitational Bohmian collapse)

Idée générale(*)

24

- Les positions bohmiennes sont corrélées: lors d'une mesure où le « pointeur » peut indiquer deux résultats différents (ou plus), on ne sait pas où vont aboutir ses positions bohmiennes après la mesure, mais on sait qu'elle restent parfaitement groupées.
C'est une conséquence de l'hamiltonien qui assure la cohésion d'un solide, et du fait que les positions sont pilotées dans l'espace des configurations,
- Il est alors possible d'introduire dans la dynamique un terme qui attire le vecteur d'état vers les régions de l'espace où la densité spatiale est élevée. Ainsi, le vecteur d'état suit constamment les observations macroscopiques, de façon naturelle, sans avoir à introduire un postulat supplémentaire ad hoc.
- Le nouveau terme garde un effet totalement négligeable sur les systèmes microscopiques (la gravitation est 10^{40} fois plus petite que l'attraction de Coulomb). Mais, dans une QSMDS mettant en jeu 10^{23} atomes, un effet collectif résoud rapidement la QSMDS ($10^{46} > 10^{40}$).

(*) F. Laloë « A model of quantum collapse induced by gravity », arXiv:1905.12047; EPJD, 2020.

Equations de la dynamique GBC

$$H = H_{\text{int}} + H_G$$

$$n_G(\mathbf{r}) = m \sum_n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{q}_n)$$

Densité bohmiene dans l'espace

$$H_G = -gGm \int d^3r \Psi^\dagger(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}) \int d^3r' \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} n_G(\mathbf{r}')$$

source de gravitation

$$g = 1 - i\varepsilon$$

Constante ε sans dimension, par exemple $\varepsilon = 10^{-3}$

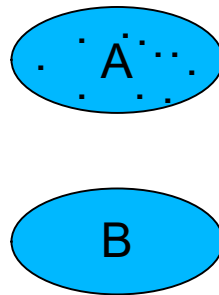
$$i\hbar \frac{d}{dt} |\bar{\Phi}(t)\rangle = \left[H_{\text{int}} + H_G^0 + i\varepsilon Gm \int d^3r \int d^3r' [\Psi^\dagger(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r}) - D_\Phi(\mathbf{r})] \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} n_G(\mathbf{r}') \right] |\bar{\Phi}(t)\rangle$$

Discussion physique

- Atome ou molécule: effets gravitationnels en 10^{-40} des effets d'attraction de Coulomb; totalement négligeable à des échelles de temps mêmes cosmologiques.
- De façon générale, le terme de localisation n'a pratiquement aucun effet dans toutes les situations ne mettant pas en jeu des superpositions de répartition spatiales différentes de matière. Ne va pas affecter, par exemple, les superpositions de courants tournant dans des sens opposés dans des anneaux supraconducteurs.

Réduction des QSMDS

- Supposons maintenant que nous ayons une superposition d'états où un corps solide occupe à la fois deux régions distinctes de l'espace.



$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\Phi_A\rangle + |\Phi_B\rangle]$$

$$\Delta E \simeq G \frac{N^2 m^2}{L^2}$$

effet proportionnel au carré du nombre de particules
(effet collectif)

Exemples: $L=0,1 \text{ mm}$; $M=Nm=10^{-6} \text{ g}$; $\tau_{\text{collapse}} \simeq 10^{-7} \text{ s}$

$L=1 \text{ }\mu\text{m}$; $M=10^{-15} \text{ g}$; $\tau_{\text{collapse}} \simeq 10^3 \text{ s}$.

Le temps de collapse varie comme la puissance 5 de la taille de l'objet. La transition entre le régime microscopique et macroscopique est très brusque!

- Les limitations à la dynamique de Schrödinger (pour éviter les QSMDS) disparaissent, puisque la même dynamique unifiée équation s'applique dans tous les cas.

Il n'est plus nécessaire de distinguer un observateur et un système S observé. L'appareil de mesure perd le statut particulier qu'il avait dans l'interprétation de Copenhague; il devient un objet physique comme les autres, soumis aux mêmes lois physiques universelles.

- L'unicité de la position des objets macroscopiques est une conséquence de leur cohésion interne, qui est responsable des corrélations bohmiennes. Seule la matière condensée peut produire un collapse quantique!

- L'espace-temps reste classique; il n'atteint jamais des superpositions de géométries différentes. Pas de paradoxe de l'espace-temps, pas de problème en cosmogénèse.

Bien sûr, le bon simple bon sens impose de dire que GBC est parfaitement **spéculatif!**

On peut espérer que soient un jour possibles des expériences qui éliminent, ou au contraire consolident, le modèle.

Conclusion

For many years, these questions were left aside by the vast majority of physicists. The consensus was that « Bohr and others had solved all problems », and that investigating these questions was useless, more or less bad taste. As David Mermin jokingly once said: « Shut up and calculate! »

Indeed, one can do excellent physics by using quantum mechanics without worrying about its foundations! The many achievements of physics of the most recent decades have proved that very convincingly.

But the situation is changing:

- Schrödinger considered as totally unrealistic to observe a single electron, atom, etc. When an experiment is done with a large collection of particles, the postulates of quantum measurement play no role: one only calculated average values, considered as classical quantities.
- But such experiments are nowadays perfectly possible! Quantum information, quantum cryptography, etc.