9 ième congrès de l'UES

Valencia, 15-17 octobre 2014

Atelier organisé par l'Afscet

Modélisation Mathématique des Sytèmes Complexes
Mathematical Modelling of Complex Systems

Projection of Sensitive Reality into Cellular Topology

Olivier Maurice
Alain Reinex
Philippe Durand
François Dubois
Eric Beaussart

29 september 2014

ISBN: ____-____

Symposia 11: Mathematical Modelling of Complex Systems.

Projection of Sensitive Reality into Cellular Topology

Olivier MAURICE[1], Alain REINEIX[2], Philippe DURAND[3], François DUBOIS[4],Eric BEAUSSART[5]

[1]GERAC 3 Avenue Jean d'Alembert 78190 Trappes France

<olivier.maurice@gerac.com>

[2]Xlim 123 Avenue Albert Thomas 87000 Limoges France

<alain.reineix@xlim.fr>

[3]CNAM 292 rue St Martin 75000 Paris France

<philippe.durand@cnam.fr>

[4]CNAM 292 rue St Martin 75000 Paris France

<francois.dubois@cnam.fr>

[5]AFSCET ENSAM 151 Bd de l'Hôpital, 75013 Paris France

<eric.baussart@orange.fr>

Abstract:

The purpose of this paper is to discuss about the abstract representation of some reality in a given referential into a cellular topology[1]. From this projection, tensorial algebra can then be employed to translate mathematically the behavior of this perceptible reality[2]. The first discussion wears on an experience realized on some object. We speak firstly of the perception of the object. How it can be seen, identified depending on various point of views. It fixes the reference frame where the observation is made. In this reference frame, environment involves domains for which parameters are defined: temperature, pressure, etc. A stimulus can be applied on known conditions in this environment and defined observable can be measured. From this pragmatic but stilling complex experience, a law can be extracted giving a relation between the stimulus and the observable. This law can be seen as a function, part of a non-linear metric when the same object is enclosed in a larger system[3]. Conditions on the domains and experiences must be detailed in order to control the system behavior, but masked parameters can influence the evolution of the system, being possible explanations for emergences. The whole system is modeling using “gamma matrices”, transformers and “tenfolds”.

Keywords-cellular topology, sensitive reality, reference frames, tensorial analysis of networks, tenfolds.

Résumé :

Le propos de cet article est de discuter des représentations abstraites d’une réalité perceptible dans un référentiel donné en une topologie cellulaire[1]. De cette projection, l’algèbre tensoriel peut être utilisée pour traduire mathématiquement le comportement de cette réalité perçue[2]. La première discussion porte sur une expérience réalisée sur un objet. On discute tout d’abord de la perception de cet objet, de la conscience de ses limites et de son identification. On fixe le référentiel où l’expérience est faite. Dans ce référentiel, l’environnement implique l’influence de paramètres comme la température, la pression, etc. Un stimulus est appliqué sur l’objet dans des conditions connues dans cet environnement et l’on peut définir une observable mesurable. De cette expérience pragmatique mais complexe on peut déduire une loi reliant le stimulus et l’observable. Cette loi peut être vue comme une partie d’une métrique non linéaire quand le même objet est plongé dans un système plus vaste[3]. Des conditions de continuité sur l’expérience et l’assemblage doivent être précisées pour maîtriser le comportement du système, mais des paramètres caches peuvent influencer son évolution. Ces paramètres masqués peuvent être à l’origine de phénomènes d’émergences. L’ensemble du système est modélisé en utilisant les “gamma matrices”, des transformateurs et « tenfolds.

Mots-clés : topologie cellulaire, réalité sensible, référentiel, analyse tensorielle des réseaux, tenfolds.

[1] H.Whitney, “Geometric integration”. Dover publications. 2005.

[2] G.Kron “Tensorial Analysis of Networks”. General Electric publication. Schenectady, New Yrok, 1939.

[3] O.Maurice, “Introduction d’une théorie des jeux dans des topologies dynamiques”. Thesis, Xlim, OSA-Limoges university, France. 2013.

I. INTRODUCTION :

Lorsque l'on regarde un objet, on est capable ordinairement de voir les limites au-delà desquelles l'objet n'existe plus. Par les différences de couleurs, par les propriétés 'solides', et par détection d'homogénéités de propriétés et analogies, on discerne un objet de son environnement. La détection de la 'géométrie' d'une chose quelconque, et les similarités géométriques sont un des procédés cognitifs proposés par Gärdenfors[1] pour modéliser les représentations. Des 'géométries' peuvent à leur tour être détectées comme analogues parce qu'elles ont la même 'ossature'. Et ces analogies sont à leur tour un moteur puissant pour comprendre un agencement de formes et le décomposer en ses parties. Chaque partie, qui pourra être 'chimiquement pure', ou un mélange homogène, pourra alors être associée à un « élément branche » d'une topologie cellulaire. Ce processus peut être illustré comme suit. Notons que dans toutes les figures présentées il ne faut pas tenir compte du fond des images, mais uniquement des structures construites avec des éléments aimantés.

II. DE L'IMAGE À LA TOPOLOGIE DISCRÈTE, CELLULAIRE :

Nous voulons aborder ici l problem de la traduction d'une perception en objet d'une topologie cellulaire. Ce problème touche à la perception visuelle ; l'identification de formes, l'interprétation d'images. Nous discutons comment différentes images peuvent être interprétées ou traduites comme des objets canoniques d'une collection disponibles d'éléments d'une topologie cellulaire.

A. Une Image brute :

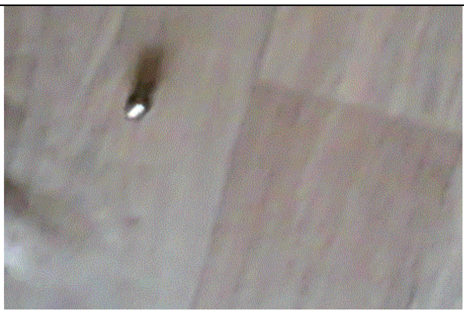


Figure 1	Figure 2

Regardons la figure 1. Si nous vous disons qu'il y a là seulement une bille, vous voyez mieux ce qu'il y a. L'image a été prise volontairement de mauvaise qualité. Mais, de toutes façons, 'l'œil' de chacun a été accroché par la « tache blanche » ! Pas l'œil en fait, mais le système visuel détecteur de contrastes dont nous sommes dotés. Ce pour chacun de nos sens d'ailleurs, le goût, sens chimique, compris ! Ici, du coup, nous dirons que nous avons la représentation d'un Point, le plus simple des Simplexes !

B. Un objet plus "complexe" mais encore simplicial !

La barre entre les billes visible figure 2 indique juste qu'elles sont en relation. Ici de simple voisinage ! Car après le Simplexe Point, il y a le Simplexe Ligne ! Une Chaîne de Simplexes d'un Niveau est à ce Niveau un Complexe, mais, si élémentaire comme ci-dessus, peut donc être un Simplexe du Niveau suivant ! Nous allons itérer le procédé !

C. Un Simplexe plus compliqué !

Sur la figure 3 nous connectons trois des éléments précédents. D'une part nous pouvons remarquer que plus aucun des nœuds ne se retrouve comme une extrémité de la figure : ils deviennent des éléments sur un trajet fermé lorsque l'on parcourt le triangle continûment. Par contre, la figure reste « à plat » sur le plan sous-jacent. Tous les éléments de la figure peuvent être en contact avec ce plan. C'est un simplexe du genre « plan ».

[1] Nous pouvons mentionner cet Auteur sans nous sentir pieds et poings liés à ce qu'il dit, Pythagore ayant déjà dit : « Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre », suivi par Descartes, Newton, et quelques autres, puisque toute la Science dite « Occidentale » consiste à « Géométriser la Nature » !

ISBN: ____-____

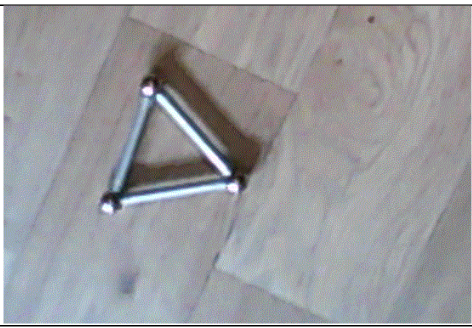


Figure 3	Figure 4
	
Figure 5	Figure 6
	
Figure 7	Figure 8

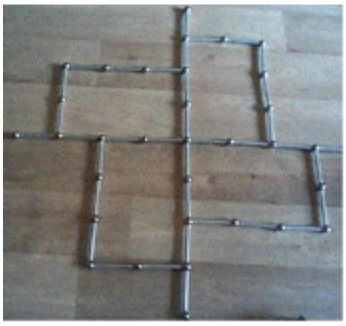
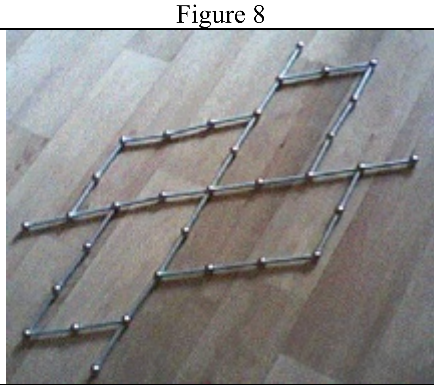

	

Figure 9	Figure 10

D. Un Simplexe encore plus compliqué !

La figure 4 présente cette fois une structure toujours constructible à partir des éléments précédents, mais où tous ces éléments dans cette architecture ne peuvent être mis en contact avec le plan sous-jacent. Cette construction engendre un volume que nous percevons entre autre par cette réflexion. Remarquons que si cet ensemble est un volume, chaque intersection entre les côté du triangle, où les cylindres constituent aussi des volumes dans leur réalité physique, mais

 ISBN: ____-____

nous pouvons les représenter symboliquement par des traits sans volume, de même que les points qui sont leurs extrémités peuvent être de volume nul. Cependant, la cosntruction finale en 3 dimensions reste elle toujours une structure qui encadre un volume non nul.

A. *Maintenant, un Complexe "simple"*

Un ensemble de points dissociés évoquent néanmoins une structure planaire. La vue d'une telle organisation est tout de suite perçue comme un rangement que l'on associé implicitement à un certain référentiel. La figure 5 montre ainsi un arrangement de points. Chacun pourra y reconnaître le Plan Complexe d'Argand – Cauchy en version « discrète » ! Où nous pouvons créer un Repère ! La structure nous invite à définir cette notion de repère.

1) *Repères*

La figure 6 montre un banal Repère Orthonormé, souvent support de Représentation des Complexes. Une des difficultés dans ce qui est traité ici, c'est que la Torsion d'un Point, voire d'une Droite, n'apparaît, Poincaré puis d'autres l'ont montré ; n'apparaît, donc, de même que l'on « visualise les champs Magnétiques avec de la limaille », que si l'on plonge l'Objet dans un Espace, en général un Espace Vectoriel ad-hoc, en sorte que la plupart des gens peuvent croire que telles propriétés sont « conférées » par l'Espace alors qu'elles sont intrinsèques à la Singularité étudiée ! Puisque c'est la Singularité qui Génère l'espace, et non le contraire ! La même illusion fait tellement souvent dire que « Un Système n'existe que pour quelque Observateur » ! C'est d'ailleurs pourtant le « sens propre » du Mot « Propriété » de fait, « Ce qui appartient à telle chose "sans rien devoir à quoi que ce soit d'autre" » ! Regardons cet objet d'un « Autre point de vue » : figure 7. Ce Repère peut être vu « en perspective » sans pour autant « être un autre » ci-dessus ! Il y a là Géométrie Projective, Perspective, mais il ne faut donc pas confondre, comme c'est si souvent le cas, surtout avec Anamorphoses, géométrie projective avec Géométrie Non-euclidienne, même si telle Géométrie peut se Représenter l'une, dans l'une quelconque de telles Autres ! Il est plus courant de Représenter les « Territoires » des Géométries Euclidiennes, de Riemann ou Lobatchevski en « Cartes » de, et en, géométrie Projective, que le Contraire ; mais l'inverse, représenter des « Paysages » ou des « Constructions » de géométrie projective (perspective 2D/3D), en « Images » dans diverses Géométries est aussi possible, même si usuellement les Objets sont « euclidiens » comme notre « Repère initial » ! Mais, en revanche, sur l'image donnée figure 8, comparez, et vous verrez que c'est le Repère lui-même qui a changé, il n'est plus Orthogonal ! Ce que confirment les images figures 9 et 10, où Aucun Angle n'est Droit ! Mais, donc, tels Repère sont toujours Valides pour y tracer des Courbes et pointer la Position de Complexes dans le Plan, « sur la Surface » ! Puisque même en Géométrie Non-euclidienne » c'est encore possible !Mais, encore une fois, ne pas confondre Perspective et même Anamorphose ; et Déformation ! Même dans un Repère qui n'est pas orthogonal, il est possible de définir des Angles Droits ! Une dernière fois, quand une Algèbre, par exemple, est dite « déformée », elle ne l'est que au regard d'une « autre forme d'elle-même », mais cette déformation ne se réfère à rien d'extérieur, même pas une « autre algèbre » !

2) *Autres repères*

Considérons la figure 11. Elle constitue un trièdre droit simple. La figure 12 elle engendre un volume suivant les mêmes constats et principes que précédemment. Le cube lui (figure 13) a 6 faces comme les 6 degrés de liberté en trois dimensions. Le Tétraèdre Quatre Faces seulement ! Quoiqu'il y ait toujours « Six Degrés de Liberté » contrairement à l'apparence ! Et, néanmoins, cela change tout ! Voyons en ajoutant des Cubes : figure 15. Un sur face Orange d'abord. Puis « du même côté », et ad-libitum comem figure 16. Nous n'avons pas tous « fait de la Stéréochimie », donc, même si nous avons tous joué aux Cubes étant plus jeunes, les Concepts d'Isomères, d'Énantiomères et de Molécules Chirales peuvent ne pas être familiers à tel ou tel. Ici, les Isoméries (où des « formes », ici des Cubes aux Faces diversement colorées (verts, bleus, etc.) sont « les mêmes » mais « ajoutées dans un « ordre différent), des Énantiomères (Formes Tordues, « Gauchies différemment ») ; viendront donc éventuellement des Additions de Cubes selon diverses « Séquences » entre les Ajouts sur telle ou telle face, mais ne dépendront pas de l'Espace de Plongement, ni l'Espace des Ajouts en tel ou tel ordre ! L'Espace défini dans l'Assemblage reste le même que celui du Trièdre initial ! Il faut, de plus, bien observer que l'on peut « paver » tout Volume avec des Cubes, comme toute Surface avec des Carrés ! Attention, je n'ai pas dit Toute Figure sur Surface, ni tout Solide dans Volume ! Mais il faut admettre que pour les Surfaces le Pavage peut se faire avec des Triangles équilatéraux, ce qui est facile, mais aussi un Volume avec des Tétraèdres, ce qui l'est moins ! Un Cube n'est pas seulement un « Assemblage de Tétraèdres », ce sont nécessairement des « Tétraèdres Déformés » !

ISBN: ____-____

	
Figure 11	Figure 12
	
Figure 13	Figure 14

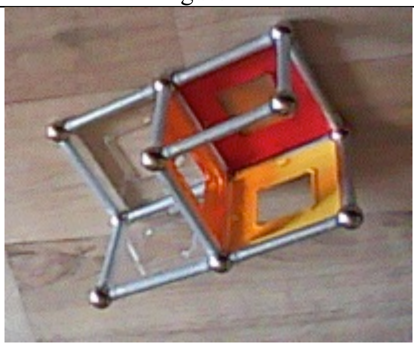



Figure 15	Figure 16
	
Figure 17	Figure 18

En revanche figure 17 en comparaison de la figure 18 c'est tout différent ! C'est l'Espace même, la Structure **de** l'Espace ; et pas seulement la Structure **dans** l'Espace, qui change ! Les Modifications de l'Ordre dans lequel l'on doit Effectuer les Opérations sur l'Objet y provoque un Changement d'Algèbre ! Selon la face, Orange ou Jaune, ou bien Rouge, par laquelle l'on commence, et surtout selon ensuite la séquence suivie, selon que la s@uivante est Orange, Jaune, ou Rouge (même si mise « transparente » pour éviter la confusion), nous obtiendrons un espace qui peut être :

– Linéaire avec Torsion, … ;

 ISBN: ____-____

– Surfacique et/ou Fractal : en Arbre comme le Glycogène ;
– et/ou en Ruban, comme notre ADN ou nos Protéines, qui peuvent subir d'ailleurs quatre « niveaux de repliements », avec Hélicités (Signes de Torsion) Gauches ou Droites, indépendamment aussi bien des sortes d'AA qui les Constituent que du Milieu Cellulaire d'ailleurs ! Y compris en ruban de Moebius ! – Volumique

si le Graphe alors Obtenu n'est pas Réductible à sa Projection dans le Plan ! Et en Nœud aussi, ce qui est impossible sur un Plan, et même en Bouteille de Klein ! Voire pire ! Deux dernières Images pour telles « Cellules » et leurs « Réseaux de Relations » figures 19 et 20! Il n'y a là à chaque fois que Trois « Cellules », et à chaque fois que Deux Relations qui « partent » de chaque Cellule, et, encore, d'un seul « sommet » de chaque cellule ! Même Complexité de Kolmogorov et même Complexité de Bennett ! Mais **Comportement final très différent**, demandez à un Chimiste ! Car, pour une cette fois, regarder les « lignes de fond », et vérifiez que le Repère n'est pas « tordu » par rapport à elles !

1) *Puis passons à un Complexe plus compliqué :*

La figure 21 représente un cercle. La plupart des Topologues, des Topologistes, considérant leurs « Transformations continues », diront que l'on peut passer continument du Cercle au Carré ! Ils ne faut pas oublier que le « Lissage » qui élimine, ou, au contraire, le « Pincement » qui crée, les Points particuliers, distingués, que sont les Sommets du Carré, ne sont **Pas** des transformations continues triviales, mais, en revanche, impliquent des opérations sur l'image du cercle de départ qui se passent dans une troisième dimension et non le seul plan de départ! La notion de continuité dans la transformation s'obtient par projection d'une figure tridimensionnelle qui est l'intersection d'un cône et d'une pyramide[2]. On voit ici que la perception est influencée par l'interprétation implicite suivant laquelle la forme perçue appartient à un plan et est une forme en deux dimensions. Mais une fois connue la propriété de trois dimensions de la forme projetée (on regarde son ombre) la déformation est tout de suite interprétée comme une rotation, complexe.

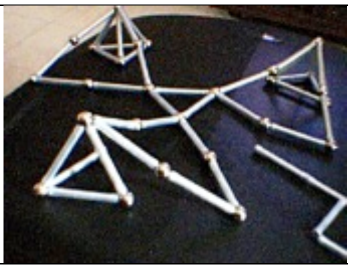
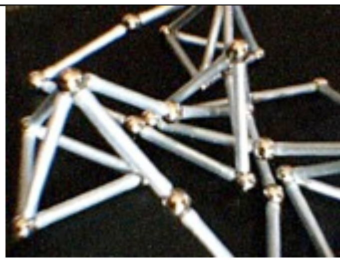
	

Figure 19	Figure 20

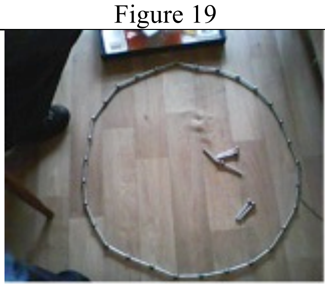
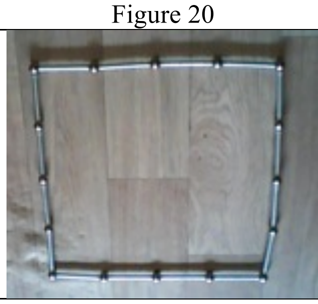

	

Figure 21	Figure 22

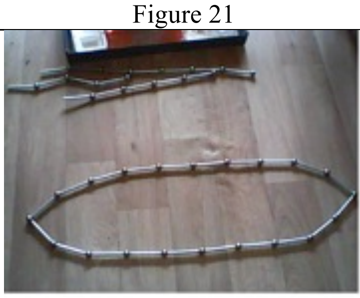
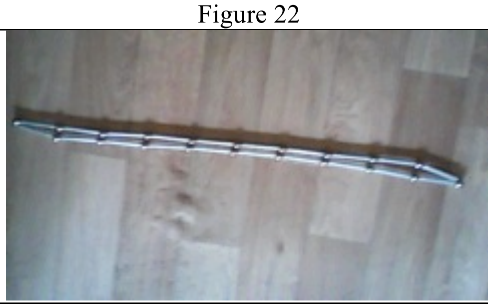
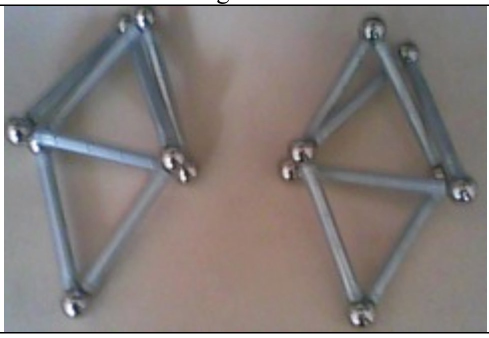

	

Figure 23	Figure 24

[2] On regardera avec intérêt pour cela la vidéo librement accessible à l'adresse : http://www.apprendre-en-ligne.net/blog/index.php/2013/01/03/2214-transformation-d-un-carre-en-un-cercle

ISBN: ____-____

	
Figure 25	Figure 26
	
Figure 27	Figure 28

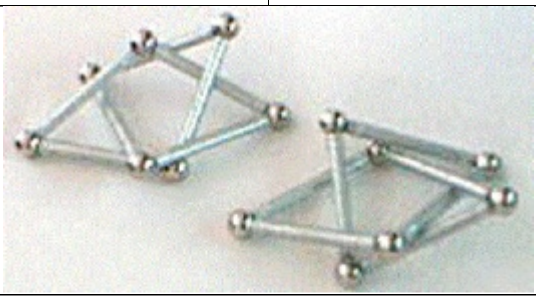


Figure 29

III. PARLONS, JUSTEMENT, DE TRANSFORMATIONS

Donc, la Topologie est dite, usuellement, seulement, la science des Transformations Continues, de Formes Géométriques, voire Algébriques, alors qu'elle est l'Analyse des Situations, des Voisinages, des Affinités mais aussi des Singularités. Comparons ce qui suit ; et d'abord le représentation donnée figure 23 , où le Cercle devient Ellipse. La figure 24 représente également une ellipse. Les figures 25 et 26 sont aussi des déformations issues du cercle où le Carré a été, par ses côtés "dilaté" ; et d'autre part ce Carré contracté par ses côtés. Et de considérer qu'il s'agit toujours du même Carré, polygone, polytope pour être encore plus général ; par Transformations continues, entre le Contracté, le Normal, le Dilaté ! La Transformation elle-même reste « la même », simplement en sens inverse. Sans doute, si vous omettez l'Opération de Lissage ou celle de Pincement, vous pourrez dire que c'est toujours un Cercle, mais, si une Ellipse peut encore « Rouler », c'est bien plus difficile pour un Carré ! Et de même en Trois dimensions ! Les projections dont on peut tirer des lois de transformations continues font abstraction de l'utilisation des formes pour un outil quelconque. En même temps ces transformations signifient quand même qu'avec un outil adéquate je pourrai effectivement modifier un cercle pour en faire un carré ou réciproquement, cela sans se poser la question des effets de casse dans la matière lorsque l'on fait des opérations de torsions trop abruptes.

A. *Passons aux Nœuds.*

La Théorie des Nœuds est un « Problème Ouvert », et le plus actif des champs des Mathématiques actuelles ! C'est la suite de l'étude des Singularités et Rebroussements, où se sont illustrés bien entendu Henri Poincaré, et René Thom avec ses Catastrophes, parmi d'autres ! Ici, nous parlerons juste des Graphes, en disant que si le Nombre

 ISBN: ____-____

Incompressible d'Éléments comme selon Kolmogorov, et d'Opérations Nécessaires de Production de Forme selon Bennett, sont Caractères de Graphe, il en faut bien d'autres pour les Classer ! Les Graphes ont aussi, donc, divers « Nombres », dont les trois Nombres de Betti, qui, par exemple, disent si il y a des « Trous », des « Vides », et, surtout, s'il est « **Noué** » ou pas ! Le plus important ici, sera donc le concept d'Hélicité, sensiblement si vous préférez, le spin, la torsion. « Gauche » et « Droite » sont ici purement conventionnels, qualificatifs externes.
Mais les nombres, eux, formulent, définissent, les propriétés intrinsèques des objets graphiques, de paires d'objets asymétriques. Comme illustré figure 27, 28 et 29.

B. *Conclusion du chapitre :*

Les nœuds sont le secret de la « Véritable Complexité » ! La complexité, telle que la décrivent Kolmogorov et Bennett, est en relation avec la quantité, la quantité irréductible. Les nœuds ci-dessus ne pourraient en effet être faits avec moins de billes ! De même que pour les théories de jauges en physique quantique avec leurs Étrangetés et Charmes, Parité, etc. et qui impliquent, génèrent, les trajectoires électroniques, les orbitales, qui fournissent à leur tour les règles des associations et liaisons chimiques ; c'est ce type de quantique qui devrait donner les meilleurs modèles pour des objets réellement complexes en systémique ! Encore une fois, ce n'est pas la quantité des éléments comme chez Kolmogorov, ni des opérations comme chez Bennett, qui distingueront les objets des dernières images les uns des autres, les Nœuds des Cercles, ni surtout les Nœuds entre eux. L'Hélicité d'un Graphe, pour en terminer sur tel exemple, pas davantage que sa Planéité, n'est question de nombre d'éléments ou opérations, mais d'autres Nombres !

IV. EXPÉRIENCE DYNAMIQUE :

Les réflexions précédentes nous ont montré que l'interprétation d'une vue en objet géométrique n'était pas triviale et que de nombreuses possibilités existent qui peuvent tromper la projection d'une vue vers un graphe qui s'avérerait incomplet car ne considérant pas toute la réalité de l'objet qui apparaitrait sous une autre vue. Nous allons maintenant discuter de l'existence possible encore plus subtile de caractéristiques cachées d'un objet réel qui ne seraient pas prise en compte dans sa représentation mathématique. Cette absence peut conduire à des écarts importants entre la fonction abstraite sensée représenter l'objet et les observations que l'on pourrait faire expérimentalement de ses comportements.

Tout composant d'un Système peut être vu comme une Entité occupant un volume fini dans un Espace. L'identification de cette entité revient à l'identification de l'ensemble des points qui la composent. Si l'élément a été bien identifié, on doit pouvoir mener l'expérience suivante :

A. *Détachement et Plongement :*

On détache l'élément du Système (ou le Système du Sur-système, de son Environnement). On lui associe un « Repère Arbitraire » qui nous permet de repérer, de pointer, un quelconque de ses points dans l'espace. Ce « Point » peut être Matériel comme un Sommet d'un Cube ou un Tétraèdre, mais aussi Abstrait, comme un État, une Température, une Pression osmotique, … ; Pour prendre un exemple encore plus parlant, si nous voulons étudier le comportement d'une Population de Bactéries, objet complexe donc, ce qui fait Varier cette Population, il faut Définir des « Conditions Normales de Vie » desdites Bactéries. L'Arbitraire, l'Espace arbitraire dans lequel sera « plongée » notre Population, réside en ce que nous pouvons l'étudier en Laboratoire, ou « sur le Terrain », mais que nous Déterminons quels « Changements » de Conditions sont possibles et **Repérés** !

B. *Essais :*

On peut dès lors, dans une Direction choisie (par exemple croissante ou décroissante), appliquer une Contrainte à cet élément, comme une Force Mécanique (Pression), ou un Champ Électrique ; (ou bien chercher « ce qui se passe » si tel composant de la Nourriture diminue ou augmente) ; etc.
Et ce, dans des Conditions d'Environnement alors bien identifiées. L'application de cette contrainte engendre dans l'échantillon sous test des Flux divers, « mécaniques » de contraction, rétractation, ou dilatation, propagation ; ou bien, donc de courant électrique ou rayonnement thermique par exemple.

- La connaissance de ces Flux en regard des stimuli appliqués permet d'établir une Fonction Paramétrée par les conditions expérimentales qui est Intrinsèque à l'échantillon considéré.
- Soit **'*S*'** le Stimulus, **'*f*'** le Flux, et **'*L*'** la Loi, nous avons :

ISBN: ____-____

$$S = L(f; p_1, p_2, \cdots, p_n) \quad (1)$$

où p_i est un paramètre.

C. Collections après collecte.

Disposant d'une Collection de tels objets, de Loi L_i, on les réunit comme composante diagonale d'une Matrice des Propriétés que nous noterons 'Z'. Telle que : $Z = \oplus_i L_i$. Les L_i étant des fonctions qui s'appliquent à des flux. Chaque loi L_i est associée à un Élément, un composant, du système précédemment étudié.

D. Description nouvelle du Système.

Une transformation appliquée à 'Z' va permettre en effet de traduire la façon dont les éléments L_i sont « connectés » entre eux pour « fabriquer » le système.
Soit 'G' le graphe qui donne les connexions entre les éléments. La Transformation '$T(G)$' appliquée à 'Z' engendre une Matrice 'M' des propriétés dont les composants sont des combinaisons des Opérateurs Li des éléments. Soit : $M = T(G) \cdot Z$. Cet objet, la Matrice 'M', ne suffit pas à représenter le système, car l'assemblage des éléments se complète d'Interactions 'I' entre ces éléments. De fait l'ensemble des propriétés 'P' du système $S(P)$ sera obtenu par :

$$P = M + I = T(G) \cdot Z + I \quad (2)$$

- L'apparition des interactions 'I' donne à $S(P)$ des comportements qui ne s'expliquent pas par le seul assemblage $T(G) \cdot Z$. Le système $S(P)$ ainsi constitué est appelé à évoluer à son tour sous l'intervention d'Acteurs extérieurs. Notons que l'objet Z peut être complété d'éléments de topologie et de sources d'énergie pour décrire plus complètement un système. On appelle une telle suite de ces objets (propriétés P, topologie T et sources W) un *tenfold*.
-

V. États et Information.

À un tel système $S(P)$ est associée à l'origine une information complète égale à '**1**' signifiant que le système dans son état de départ est complètement déterminé et choisi.

On peut alors aussi voir 'P' comme un État d'Origine, P_0, dans une évolution associée à une Probabilité de '**1**', puisque en P_0, l'objet existe. P est plus généralement un tenfold contenant toute l'information relative à un système physique $S(P)$. $\boldsymbol{S(P)}$ peut alors évoluer, soit en une Séquence $\boldsymbol{P_0, P_1, \cdots, P_n}$ par l'application de transformations t_1, t_2 etc., dans des disjonctions telles que celle présentée figure 30. Ces organisations constituent des arbres d'évolution qui dérivent la succession de transformations opérées sur le système.

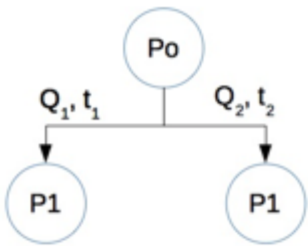


Figure 30

Où, de P_0 on peut donc évoluer vers les états P_1 ou P_2 avec les Probabilités Q_1 ou Q_2 par l'application des transformations t_1 ou t_2 appliquées à un tenfold d'origine. Et ainsi de suite, tant que l'on peut suivre les évolutions de $S(P)$**.**

A. Arbres ou Cycles, voire Attracteurs Étranges ?

L'ensemble du graphe d'évolution est en effet inscrit dans une matrice 'γ' qui porte les transformations t_i et les probabilités associées Q_i. C'est ici le plus souvent une matrice de Markov, où les « Points – objets composants » sont généralement en ordonnées, pour les lignes et les variations d'états sont donc en abscisses, pour les colonnes, voire les paramètres d'états dans les deux dimensions. Les Intersections portant alors la Probabilité Q_i de **Transition** liée à Ceci pour une Variation de Cela !

1) Pour un Graphe comportant N étapes, l'état final est obtenu par N applications de **'$\boldsymbol{\gamma}$'**à **'$\boldsymbol{P}$'**, telles que :

$$\boldsymbol{P(N) = \gamma\gamma\gamma \cdots P = \prod_N \gamma P} \qquad (3)$$

a) Les "évolutions" sont donc appliquées à P_0 qui est une représentation analytique du système réel.

b) Chaque « étape » sera une « cellule ». Une cellule d'un espace états – phases.

c) La pertinence de la représentation du système réel par un ensemble cellulaire est jaugée au travers de la correspondance entre les évolutions calculées et celles observées.

d) Les échanges d'énergies d'un système représenté sous forme de graphe cellulaire ne peuvent pas toujours prétendre directement à quelque réalité, ni surtout assurer de redonner **absolument** les mêmes valeurs que les observables. Cela reste néanmoins aujourd'hui la seule représentation qui permette d'aborder des modélisations de systèmes complexes.

e) Les corrélations fortes entre tels calculs qui visent cet objectif, et mesures d'expériences, sont rares ; et du domaine, apparemment, de la seule science fondamentale appliquée à des systèmes canoniques d'une part, et de la métrologie usant d'étalons fiables de l'autre. Car ce qui peut être obtenu est une Tendance Statistique, par les lois des grands nombres ; et chaque observation est un cas particulier, même si c'est une série qui, elle aussi, mérite étude statistique !

f) Le modèle utilisé par l'Ingénieur pour prédire des tendances et, donc, des évolutions, doit être **relativement** pertinent. Pourquoi ne le serait-t-il pas ?

g) On peut bien sûr considérer d'emblée que l'on ne construit jamais un système correct. Écartons cette hypothèse triviale.

B. Lien(s) entre Stimuli et Flux :

Lorsque l'on construit le modèle associé à une branche, on établit un lien compliqué et fort entre un Stimulus et un Flux. Ce Lien est extrait d'une expérience menée dans un environnement $\mathcal{E}$, soit les « conditions "normales" » définies plus haut. Quand l'on exerce une contrainte, par application d'un stimulus, nous dirons que l'environnement « change » en $\mathcal{E}'$. Nous avons vu que dans une première expérience, puis une première série d'expériences, la Loi L_1 dépend d'une série de paramètres puisque nous avons : $\mathrm{S = L(f; p_1, p_2, \cdots, p_n)}$, où p_i est un paramètre tel que : $\{p_1, p_2, \cdots, p_n\} \in \mathcal{E}$. Or, il convient de <u>discerner une variation modeste</u> d'un paramètre d'environnement, puisque, par exemple, si l'on veut étudier le taux de suicide chez les humains selon les conditions de vie, <u>d'un nouvel environnement</u> ; Il ne faut pas confondre par exemple la variation de durée du jour, avec la mortalité due par exemple à une guerre ou bien une famine, où peu de décès sont alors attribués au suicide ! Ce n'est pas la même chose de faire varier degré par degré la température ou la quantité de nutriments disponibles d'une culture de cellules ; et faire varier les nutriments eux-mêmes en présence ou, donc, absence ! Même en physique, des variations mécaniques, gravitationnelles par exemple, ne peuvent préjuger du comportement pour des variations électromagnétiques ! Nous pourrons mener donc une « deuxième expérience », dans un environnement noté :E_{10}, E_{11}, etc. Car l'objet réel peut dépendre alors d'un paramètre, ou une famille de paramètres, notée ici **'$\boldsymbol{m}$'** : Avec $\boldsymbol{m \notin E_0}$; $m \in E_1$.

ISBN: ____-____

C. De Réponses en Hypothèses :

1) Divergences entre « Calculé » et « Observé » :

Plongé dans l'environnement E_1, l'objet donnera alors une réponse de la forme : $\boldsymbol{S_2 = L_2(f_2; p_1, p_2, \cdots, p_n)}$, alors que l'on a calculé : $S_1 = L_1(f_1; p_1, p_2, \cdots, p_n)$. Et le paramètre '$m$' peut s'avérer du premier ordre dans l'évolution du système. L'évolution observée, soit : $P_j(N) = \gamma_j \gamma_j \cdots P$ va alors diverger de celle calculée :

$$\boldsymbol{P_i(N) = \gamma_i \gamma_i \cdots P.} \tag{4}$$

Cet écart peut être riche d'enseignements, et, comme en Astronomie par exemple, conduire à la découverte du « paramètre caché », un corps céleste inconnu d'abord. L'astronome français Alexis Bouvard avait noté des perturbations inexpliquées sur l'orbite d'Uranus et conjecturé au début du XIXe siècle qu'une huitième planète, plus lointaine, pouvait en être la cause. Les astronomes britannique John Couch Adams en 1843 et français Urbain Le Verrier en 1846 calculèrent chacun de leur côté et par des méthodes différentes la position prévisible de cette hypothétique planète, qui fut observée le 23 septembre 1846 par l'astronome allemand Johann Gottfried Galle à 1° de la position alors calculée par Le Verrier, et à 12° de celle calculée par Adams. La recherche des Exo-planètes, avec des Techniques plus élaborées, relève encore peu ou prou de la même Méthode.

D. Bien plus intéressantes encore sont les Modélisations.

Dans les modélisations de la formation des systèmes stellaires, il n'avait en un premier temps été tenu compte que des « effets mécaniques » gravitation, rotations, …. Y compris pour les Forces dites de Van der Waals. La « méthode » peut sembler la même, mais ce n'est plus un « Objet » qui « Manquerait » que l'on cherche ! C'est un véritable « paramètre caché » que l'on va supposer ! Or, le comportement calculé, observé dans les simulations, ne « rendait pas compte » des observations astronomiques. Quand les chercheurs ont intégré au modèle les champs magnétiques, en particulier celui de la proto étoile, le fonctionnement du modèle fut bien meilleur !

E. Une Physique plus élaborée.

En effet, une piste pour comprendre l'origine des écarts peut être, aux étapes de l'évolution où l'écart apparaît, de détecter pour chaque "physique" (mécanique (y compris thermique), électrique (y compris chimique), etc.), les "sources de puissance", d'effets d'impulsions, qu'il faut introduire, et/ou "corriger", pour retrouver la bonne trajectoire dans l'espace états – phases du système. La puissance dans un système s'exprime tensoriellement par :

$$\omega = P_{\mu\nu} f^{\mu} f^{\nu} \tag{5}$$

Les pertes ou sous estimations, plus généralement les écarts entre puissances calculées ω**,** et puissances observées $\overline{\omega}$, sont des pistes généralement accessibles pour comprendre d'où vient le 'défaut' de la Loi 'L_1', et la nature du paramètre dont l'influence a d'abord été ignorée. Telles pistes sont d'autant plus accessibles que l'on peut séparer les termes entre propriétés intrinsèques et construction du système et les composantes d'interactions ajoutées :

$$P_{\mu\nu} = T_{\mu}^{\ \alpha} Z_{\alpha\nu} + I_{\mu\nu} \tag{6}$$

Ce qui engendre :

$$\gamma P \to t_{\beta}^{\mu} T_{\mu}^{\ \alpha} Z_{\alpha\nu} + t_{\beta}^{\mu} I_{\mu\nu} \tag{7}$$

ISBN: ____-____

Le terme de transformation t_β^μ peut n'agir que sur $T_\mu{}^\alpha Z_{\alpha\nu}$ ou que sur $I_{\mu\nu}$, ou les deux.

Nous ferons la supposition, nous conjecturons, que l'erreur ne vient pas de l'hypothétique modèle $T_\mu{}^\alpha Z_{\alpha\nu}$, mais d'interactions ignorées initialement. Alors, en ne faisant agir t_β^μ, que sur les termes extra-diagonaux de $I_{\mu\nu}$ donc en $t_\beta^\mu I_{\mu\nu}$; l'écart s'écrit :

$$\left|\bar{\omega}_I - t_\beta^\mu I_{\mu\nu} f^\beta f^\nu\right| \tag{8}$$

$\bar{\omega}_I$ représentant les composantes d'interaction du système réel.

Un écart important peut apparaître comme une 'émergence' au Nième ordre, tel que l'on ait :

$$\bar{\omega}_I(N) - t_a^b t_b^c t_c^d \cdots t_\beta^\mu I_{\mu\nu} f^a f^\nu = A \tag{9}$$

Soit t_β^μ à la Nième étape et où A est l'amplitude de l'Écart.

Observons, en passant, que les « Formes Linéaires » pour des Fonctions Linéaires ou Circulaires, étant bien plus faciles que les Formes Quadratiques pour des Fonctions elliptiques, ceux qui étudient « The Calculus » (Notre Calcul Intégro-différentiel), dans les Universités Américaines se limitent le plus souvent à elles ! Or, Poincaré, pour l'étude du « Problème des Trois Corps » (Et pas davantage, tant pis pour ceux qui croient que la complexité n'est qu'une affaire de quantité !), a nommé Fuschiennes les fonctions elliptiques introduites, donc, par Fuchs, qui lui étaient nécessaires, en ce qu'elles seules peuvent donner des « Nœuds » en trois dimensions ! Quand l'on étudie une régulation selon la Technique dite « PID », qui tient compte, non seulement des écarts de position, donc du premier ordre cité supra, mais aussi des écarts de vitesses, donc du deuxième ordre, il faut cesser de « linéariser », donc recourir à des Formes linéaires, bilinéaires, …, mais travailler avec des formes quadratiques elliptiques ! Voire pire ! Il est bizarre que l'on oublie si facilement, puisque l'on a cité l'Astronomie supra, que l'astronome William Hamilton **a dû inventer** les quaternions pour ses Travaux sur le système solaire ! Pas seulement « pour faire joli », ou « pour être original », mais parce que c'est nécessaire ! Et les espaces de Minkowski pour l'étude de la Relativité en sont un autre cas particulier d'une même Généralisation à décrire ! Et encore n'avons-nous pas encore abordé puisque nous voulons étudier, par exemple, le comportement normal d'un système stellaire et les écarts comme anomalies révélatrices de « Phénomènes », ici « Objets » ou bien « Paramètres », ignorés, supposés « cachés », les « ordre » supérieurs ! Nous parlons de deuxième ordre, et non Second, car pour décrire convenablement un système Dynamique en son évolution, il faut non seulement décrire : – Les écarts de positions de ses éléments au premier ordre, donc, mais aussi :

– Les Écarts de leurs Vitesses au Deuxième Ordre, et surtout :
– Les Écarts de leurs Accélérations, au Troisième Ordre, et enfin :
– Les Écarts de leurs Impulsions, en d'autres termes les Changements dans les Régimes de **Transferts d'Énergie**, de Puissances, pour le « Physique », les « Objets »,
et les Changements dans l'**Entropie** du Système pour ce qui sera « Interactions » !
Ce, donc, au « **Quatrième Ordre** » !

Nos transformations sont des opérateurs particuliers agissant sur les trois objets des tenfolds et intègrent donc des fonctions non linéaires quelconques. En cela on sort des formulations classiques entre autre renvoyant aux groupes classiques de la physique.

A. Revenons à nos « Hypothèses » et Conjectures supposées.

En effet, par hypothèse, le comportement d'évolution du système est non chaotique. Pour « corriger » la trajectoire dans l'Espace États – Phases, nous pouvons donc suspecter la « dernière transformation », et chercher :

$$t_a^b /\ t_a^b I'_{bk} f^a f^k = \bar{\omega}_I \tag{10}$$

ISBN: ____-____

On peut alors « chiffrer » la qualité du modèle cellulaire et de ses interactions par l'écart A, ou, plus finement, par les modifications à apporter à t_a^b pour se rapprocher de l'observable $\overline{\omega}$.
Lorsque nous supposons le système évoluant comme non chaotique cela signifie que cette évolution ne dépend pas d'une transformation qui ait eu lieu dans les premiers instants. Cette hypothèse est nécessaire pour réduire la cause de l'écart aux dernières transformations. Mais l'évolution du système n'en est pas pour autant déterministe. Au contraire, elle est régie par les probabilités de choix pour telle ou telle transformation elles-mêmes dimensionnées par des critères d'intérêts ou de gains espérés.

VI. CONCLUSION

Nous avons discuté de la difficile transition entre la réalité qui nous est inaccessible et la représentation que nous nous en faisons, dans le cas de cet article dans un but de modélisation par des structures de graphes. Pourtant nous avons toujours tendance à croire que ce que nous voyons est ce qui est palpable, mais des expériences simples montrent que la vue agit par analogie et peut tromper l'interprétation par le fait que l'on ne dispose pas forcément de toute l'information nécessaire (ou de toute la connaissance nécessaire, ce qui revient au même) pour correctement utiliser les images que nous captons. Des manipulations simples permettent d'appréhender des difficultés dans la perception d'un objet par rapport à sa description objective suivant des projections vers des éléments mathématiques simples et bien définis. Cette étape de projection est majeure dans l'élaboration du modèle sensé permettre de prédire le comportement du système étudié. Parmi ces manquements, des paramètres peuvent manquer à la caractérisation première qui se révèlent ensuite indirectement lors d'expériences particulières. Ces paramètres « cachés » peuvent être détectés entre autre par des déviations entre les prédictions d'un modèle et les valeurs des observables extraites de mesures. Nous avons essayé d'une part de débattre des difficultés de la bonne mesure des caractéristiques de l'objet analyse, d'autre part de décrire comment la modélisation pouvait d'une manière générale détecter des jeux de paramètres manquants dans la caractérisation de l'objet et comment l'on pouvait essayer d'identifier ces paramètres cachés.