

Théorie de la double échelle: fonction d'onde externe (de Broglie) et fonction d'onde interne (de Schrödinger)

Michel et Alexandre Gondran

Académie Européenne Interdisciplinaire des Sciences
Ecole Nationale de l' Aviation Civile

AFSCET, 12 Octobre 2020

Les trois interprétations du congrès Solvay de 1927

L'onde pilote de Louis de Broglie

Onde et particule existent, et l'onde guide la particule

L'onde soliton de Schrödinger

L'onde seule existe et elle représente la particule

La règle statistique de Born par Born et Heisenberg

Le carré de la fonction d'onde correspond à la probabilité de trouver la particule en ce point

⇒ montrer la complémentarité de ces trois interprétations

"Réflexions élémentaires concernant l'interprétation des fondements de la mécanique quantique" Einstein 1953

Le fait que l'équation de Schrödinger, associée à l'interprétation de Born, ne conduise pas à une description des « états réels » d'un système individuel incite naturellement à rechercher une théorie qui ne soit pas soumise à cette limitation. Les deux tentatives jusqu'à maintenant dans ce sens ont ceci en commun qu'**elles conservent l'équation de Schrödinger** et abandonnent l'interprétation de Born. **La première tentative**, qui constitue un retour à **de Broglie**, a été poursuivie avec beaucoup de finesse par **Bohm**. **La deuxième tentative** en vue d'obtenir une « description réelle » d'un système individuel qui soit fondée sur l'équation de Schrödinger est toute récente et émane de **Schrödinger** lui-même. L'idée générale est, en bref, la suivante : la fonction Ψ représente en elle-même la réalité et point n'est besoin de lui adjoindre **l'interprétation statistique de Born**.

"Réflexions élémentaires concernant l'interprétation des fondements de la mécanique quantique" Einstein 1953

[...] Des considérations précédentes, il résulte que la seule interprétation de l'équation de Schrödinger jusqu'à présent admissible est **l'interprétation statistique donnée par Born**. Cependant, celle-ci ne donne pas la «description réelle» du système individuel, elle ne produit que des énoncés statistiques relatifs à des ensembles de systèmes.

⇒ répondre à ce point de vue d'Einstein

"La théorie de la double solution" de L. de Broglie, 1927

"J'introduisais, sous le nom de « **théorie de la double solution** » l'idée qu'il fallait distinguer deux solutions distinctes, mais intimement reliées à l'équation des ondes, l'une que j'appelais **l'onde u étant une onde physique réelle** et non normable, comportant un accident local définissant la particule et représenté par une singularité, l'autre, **l'onde Ψ** de Schrödinger, normable et dépourvue de singularité, qui ne serait qu'une **représentation de probabilités**".(de Broglie, 1971)

⇒ répondre à ce point de vue de Louis de Broglie

⇒ répondre aussi à la théorie de la double préparation

- 1 Existence de deux fonctions d'onde : une externe (macro) et une interne (micro)
- 2 Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote dBB pour le centre de masse
- 3 Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger
- 4 Conclusion

Existence de deux fonctions d'onde : une externe (macro) et une interne (micro)¹

"Interférométrie atomique" de Baudon et Robert 2004

"Dans l'évolution libre d'un atome ou d'une molécule, le mouvement externe (correspondant au mouvement du centre de masse \mathbf{R}) et l'onde qui lui est associée tiennent un rôle à part.[...] il existe des états du système dont la fonction d'onde a la forme $\Psi(R, t)\Phi_{int}$, où $\Psi(R, t)$ et Φ_{int} sont des états propres de T et H_{int} respectivement.

Préface de Claude Cohen-Tannoudji :

"Une onde de de Broglie est également associée au mouvement du centre de masse d'un système quantique plus complexe, comme un atome ou une molécule, formé de plusieurs protons, neutrons et électrons. la longueur d'onde de l'onde de de Broglie associée à un objet de masse M et de vitesse v est inversement proportionnelle au produit Mv ."

Existence de deux fonctions d'onde : une externe (macro) et une interne (micro)¹

Décomposition d'un système à N corps comme un atome ou une molécule décrit par la fonction d'onde $\Psi^h(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, t)$ qui vérifie l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi^h(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, t)}{\partial t} = H \Psi^h(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, t) \quad (1)$$

avec comme Hamiltonien :

$$H = \sum_j \left(\frac{\mathbf{p}_j^2}{2m_j} + m_j \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}_j \right) + \sum_{j,k} U_{jk}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k) \quad (2)$$

et comme condition initiale :

$$\Psi^h(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, 0) = \Psi_0^h(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N). \quad (3)$$

Existence de deux fonctions d'onde : une externe (macro) et une interne (micro)²

variables externes

$\mathbf{x}_G = (\sum_j m_j \mathbf{x}_j) / (\sum_j m_j)$ la position du barycentre, $M = \sum_j m_j$ la masse totale. $\mathbf{p}_G = \sum_j \mathbf{p}_j$ l'impulsion totale

variables internes

$\mathbf{x}'_j = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_G$ la position de la particule j par rapport au barycentre
 $\mathbf{p}'_j = \mathbf{p}_j - m_j/M \mathbf{p}_G$ les impulsions relatives. $\Rightarrow \mathbf{x}'_G = 0$

$$H = \frac{\mathbf{p}_G^2}{2M} + M\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}_G + \sum_i \frac{\mathbf{p}'_i{}^2}{2m_i} + \sum_{i,j} U_{ij}(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) = H_{ext} + H_{int}. \quad (4)$$

et il n'y a pas d'interaction entre les variables internes et externes.

Proposition

Si $\Psi_0^h(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N) = \psi_0^h(\mathbf{x}_G)\varphi_0^h(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_N)$, alors

$$\Psi^h(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, t) = \psi_{\text{ext}}^h(\mathbf{x}_G, t)\varphi_{\text{int}}^h(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_N, t) \quad (5)$$

où $\psi_{\text{ext}}^h(\mathbf{x}_G, t)$ est la solution des équations externes de S :

$$i\hbar \frac{\partial \psi_{\text{ext}}^h(\mathbf{x}_G, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta_{\mathbf{x}_G} \psi_{\text{ext}}^h(\mathbf{x}_G, t) + M\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}_G \psi_{\text{ext}}^h(\mathbf{x}_G, t) \quad (6)$$

avec la condition initiale $\psi_{\text{ext}}^h(\mathbf{x}_G, 0) = \psi_0^h(\mathbf{x}_G)$ et où

$\varphi_{\text{int}}^h(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_N, t)$ est la solution des équations internes de S :

$$i\hbar \frac{\partial \varphi_{\text{int}}^h(\mathbf{x}'_1, \dots, \mathbf{x}'_N, t)}{\partial t} = -\sum_i \frac{\hbar^2}{2m_i} \Delta_{\mathbf{x}'_i} \varphi_{\text{int}}^h(\mathbf{x}'_1, \dots, \mathbf{x}'_N, t) + \sum_{i,j} U_{ij}(\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j) \varphi_{\text{int}}^h(\dots) \quad (7)$$

avec la condition initiale $\varphi_{\text{int}}^h(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_N, 0) = \varphi_0^h(\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2, \dots, \mathbf{x}'_N)$.

Existence de deux référentiels et de deux échelles

Référentiel du laboratoire (Ψ_{ext}) : Evolution de \mathbf{x}_G

Référentiel propre de la molécule (φ_{int}) : $\mathbf{x}'_G = 0$

Le rôle de la gravitation

On a supposé que le **champ gravitationnel variait peu à l'échelle** de la molécule et donc que le potentiel de gravitation était linéaire, $V_j(\mathbf{x}_j) = m_j \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}_j$, ce qui a permis d'écrire $\sum_j V_j(\mathbf{x}_j) = M \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}_G$. Avec ce potentiel, on transfère exactement la gravité dans la fonction d'onde externe. Est-ce un hasard ?

En général, il y a interaction entre les variables externes et internes et les équations externes et internes de Schrödinger ne sont qu'approchées.

L'indépendance provient en particulier de la différence entre **les échelles**

Cette différence entre échelles permet aussi un potentiel électrique $V_q(\mathbf{x}_j)$ variant peu à l'échelle de la molécule : $V_q(\mathbf{x}_j) \sim V_q(\mathbf{x}_G)$, ce qui donne un potentiel externe :

$$V_{\text{ext}}(\mathbf{x}_G) = M\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}_G + \sum_j q_j V_q(\mathbf{x}_j) \simeq M\mathbf{g} \cdot \mathbf{x}_G + QV_q(\mathbf{x}_G). \quad (8)$$

- 1 Existence de deux fonctions d'onde : une externe (macro) et une interne (micro)
- 2 **Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote dBB pour le centre de masse**
- 3 Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger
- 4 Conclusion

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 1

Equation de Schrödinger de la fonction d'onde externe Ψ_{ext}

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{ext}}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi_{ext} + V_{ext}(\mathbf{x}, t) \Psi_{ext}$$
$$\Psi_{ext}(\mathbf{x}, 0) = \Psi_0(\mathbf{x}).$$

Le changement de variable

$$\Psi_{ext}(\mathbf{x}, t) = \sqrt{\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t)} \exp\left(i \frac{S^{\hbar}(\mathbf{x}, t)}{\hbar}\right)$$

Densité quantique $\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t)$ }
Action quantique $S^{\hbar}(\mathbf{x}, t)$ } depend du paramètre \hbar

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 2

Equations de Madelung (1926)

$$\frac{\partial S^{\hbar}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \frac{1}{2m} (\nabla S^{\hbar}(\mathbf{x}, t))^2 + V(\mathbf{x}, t) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\Delta \sqrt{\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t)}}{\sqrt{\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t)}} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t) \frac{\nabla S^{\hbar}(\mathbf{x}, t)}{m} \right) = 0 \quad (10)$$

avec les conditions initiales

$$\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, 0) = \rho_0^{\hbar}(\mathbf{x}) \quad \text{and} \quad S^{\hbar}(\mathbf{x}, 0) = S_0^{\hbar}(\mathbf{x}). \quad (11)$$

Convergence de $\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t)$ et $S^{\hbar}(\mathbf{x}, t)$ quand $\hbar \rightarrow 0$

- possible dans l'approximation semi-classique
- depend de la densité de probabilité initiale $\rho_0^{\hbar}(\mathbf{x})$

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 3

Definition : Particules préparées statistiquement

Si $\rho_0^{\hbar}(\mathbf{x})$ and $S_0^{\hbar}(\mathbf{x})$ convergent, quand $\hbar \rightarrow 0$ vers des fonctions non singulières $\rho_0(\mathbf{x})$ et $S_0(\mathbf{x})$.

Ensemble de particules sans interaction et préparées de la même façon :

- Jet d'électrons ou de C_{60} dans l'expérience des fentes de Young
- Jet d'atomes d'argent dans l'expérience de Stern et Gerlach

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 4

Théorème

*Pour des particules statistiquement préparées, la densité de probabilité $\rho^{\hbar}(\mathbf{x}, t)$ et l'action $S^{\hbar}(\mathbf{x}, t)$, solutions des équations de Madelung convergent, quand $\hbar \rightarrow 0$, vers la densité classique $\rho(\mathbf{x}, t)$ et l'action classique $S(\mathbf{x}, t)$, solutions des **équations statistiques d'Hamilton-Jacobi** :*

$$\frac{\partial S(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \frac{1}{2m}(\nabla S(\mathbf{x}, t))^2 + V(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (12)$$

$$S(\mathbf{x}, 0) = S_0(\mathbf{x}). \quad (13)$$

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\rho(\mathbf{x}, t) \frac{\nabla S(\mathbf{x}, t)}{m} \right) = 0 \quad (14)$$

$$\rho(\mathbf{x}, 0) = \rho_0(\mathbf{x}). \quad (15)$$

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 5

Equations statistiques d'Hamilton-Jacobi

$$\frac{\partial S(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \frac{1}{2m}(\nabla S(\mathbf{x}, t))^2 + V(\mathbf{x}, t) = 0 \quad (16)$$

$$S(\mathbf{x}, 0) = S_0(\mathbf{x}). \quad (17)$$

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\rho(\mathbf{x}, t) \frac{\nabla S(\mathbf{x}, t)}{m} \right) = 0 \quad (18)$$

$$\rho(\mathbf{x}, 0) = \rho_0(\mathbf{x}). \quad (19)$$

- Un ensemble de particules classiques préparées de la même façon ($\rho_0(\mathbf{x})$ et $S_0(\mathbf{x})$ dans un champ $V(\mathbf{x}, t)$).
- Ces particules classiques ont des trajectoires données par le champ de vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{m} \nabla S(\mathbf{x}, t)$ et la position initiale.
- Incomplet, nécessaire d'ajouter la position initiale. **Particules classiques indicernées.** Expliquent le paradoxe de Gibbs.

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 6

Equations de Madelung $\rightarrow_{\hbar \rightarrow 0}$ Equations statistiques d'H-J

- Incertitude sur la position \mathbf{x}_G de la particule classique \Rightarrow Incertitude sur la position \mathbf{x}_G de la particule quantique
- (ρ, S) incomplet en mécanique classique $\Rightarrow \Psi_{ext}$ incomplet en mécanique quantique

Conclusion

- Nécessaire d'ajouter sa position initiale \Rightarrow trajectoires de Broglie-Bohm.
- Vitesse (deBroglie 1927, Bohm 1952) :

$$\mathbf{v}^{\hbar}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{m} \nabla S^{\hbar}(\mathbf{x}, t). \quad (20)$$

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 7

Un objet quantique : paquet d'onde gaussien de centre (x_0, y_0, z_0) , d'écart type $(\sigma_{0x}, \sigma_{0y}, \sigma_{0z})$, de centre de masse de position initiale $(x_G(0), y_G(0), z_G(0))$ et de vitesse initiale $\mathbf{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})$.

Si $\mathbf{g} = (0, 0, g)$ est la force extérieure, alors le centre de gravité de la particule suit la trajectoire dBB :

$$X^h(t) = x_G(0) + v_{0x}t + (x_0 - x_G(0)) (1 - \sigma_{\hbar x}(t)/\sigma_{0x})$$

$$Y^h(t) = y_G(0) + v_{0y}t + (y_0 - y_G(0))(1 - \sigma_{\hbar y}(t)/\sigma_{0y})$$

$$Z^h(t) = z_G(0) + v_{0z}t - \frac{gt^2}{2m} + (z_0 - z_G(0)) (1 - \sigma_{\hbar z}(t)/\sigma_{0z})$$

avec $\sigma_{\hbar i}(t) = \sigma_{0i} \sqrt{1 + \left(\frac{\hbar t}{2m\sigma_{0i}^2}\right)^2}$ qui converge vers la trajectoire classique quand $\hbar \rightarrow 0$.

Interprétation de la fonction d'onde externe 8 : Expérience cruciale de Zeilinger avec le C_{60}

Fonction externe par les deux fentes, fonction interne (particule) par une seule fente, elle produit l'impact sur l'écran de détection.

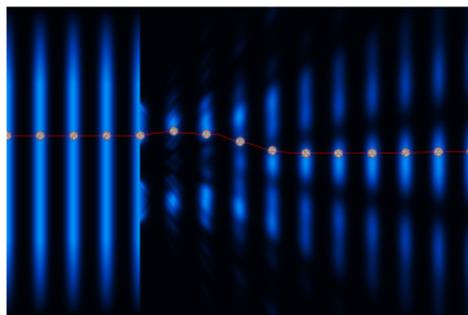


Figure : Simulation de l'évolution des fonctions d'onde externes (en bleu) et interne (en blanc, grossie 13 fois) d'une molécule de C_{60} dans les conditions expérimentales

Interprétation de la fonction d'onde externe 8b : Expérience cruciale de Zeilinger avec le C_{60}

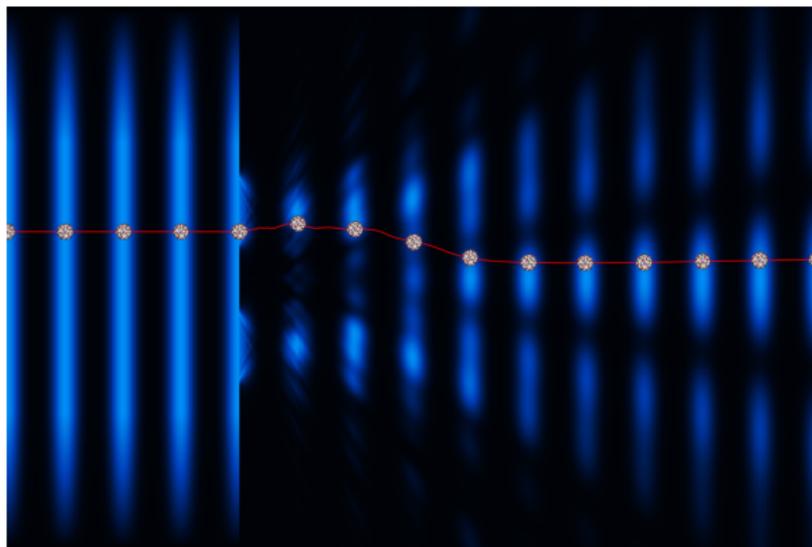


Figure : Simulation de l'évolution des fonctions d'onde externes (en bleu) et interne (en blanc, grossie 13 fois) d'une molécule de C_{60} dans les conditions expérimentales

Interprétation de la fonction d'onde externe δc : Expérience cruciale de Zeilinger avec le C_{60}

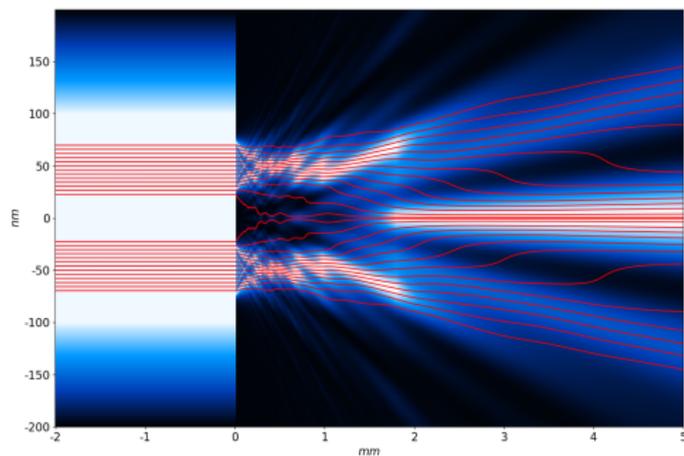


Figure : Simulation de 24 trajectoires de C_{60} .

Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote de Broglie-Bohm pour le centre de masse 9

Les deux postulats de la MQ, décrivant l'état et son évolution, doivent être complétés

- Etat : fonction d'onde $\Psi_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)$ et position $\mathbf{x}_G(t)$
- Evolution : Equation Schrödinger pour évolution de $\Psi_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)$ et $\frac{d\mathbf{x}_G(t)}{dt} = \frac{1}{m} \nabla S^h(\mathbf{x}, t) |_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_G(t)}$ pour la position
- Compatibilité des conditions initiales $\Psi_0(\mathbf{x})$ et $\mathbf{x}_G(0)$ = règle de Born à l'instant initial :

$$P[\mathbf{x}_G(0) = \mathbf{x}] = |\Psi_0(\mathbf{x})|^2 \quad (21)$$

Pas besoin des postulats de la mesure : rasoir d'Occam

Il suffit de résoudre les équations précédentes avec les conditions initiales. On déduit la règle de Born pour tout t :

$$P[\mathbf{x}_G(t) = \mathbf{x}] = |\Psi_{\text{ext}}(\mathbf{x}, t)|^2 \quad (22)$$

- 1 Existence de deux fonctions d'onde : une externe (macro) et une interne (micro)
- 2 Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote dBB pour le centre de masse
- 3 **Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger**
- 4 Conclusion

Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger 1

Schrödinger en 1926, 1927 et enfin en 1952 lors d'une forte controverse avec l'école de Göttingen-Copenhague, propose une interprétation de la fonction d'onde à la fois réaliste et déterministe

Born dans sa conférence Nobel en 1954 :

“En outre Schrödinger croyait que sa théorie ondulatoire rendait possible un retour au déterminisme de la Physique classique : il proposa, et il a renouvelé récemment avec insistance cette proposition, d'abandonner complètement l'image des particules et, au lieu de considérer les électrons comme de petits éléments discrets, de parler d'une distribution continue de densité $|\psi|^2$, ou de densité électrique $e|\psi|^2$.”

OK pour Ψ , NON pour Ψ_{int}

Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger 2

Oscillateur harmonique en dim 1 : $H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$. Solution pour la condition initiale particulière :

$$\Psi_0^h(x) = (2\pi\sigma_h)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4\sigma_h^2}} \quad \text{avec} \quad \sigma_h = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \quad \text{et} \quad x_0 \gg \sigma_h.$$

Ce paquet d'ondes initial correspond à un petit nombre de fonctions propres φ_n autour de la valeur $n_0 \sim \frac{1}{2}(\frac{x_0}{\sigma_h})^2$. D'où **l'état cohérent** :

$$\Psi^h(x, t) = (2\pi\sigma_h)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{(x-x(t))^2}{4\sigma_h^2} + i\frac{mv(t)x}{\hbar}} \quad (23)$$

où $x(t) = x_0 \cos \omega t$ et $v(t) = -x_0 \omega \sin \omega t$ sont la position et la vitesse du centre of masse d'une particule classique. Il représente deux échelles, une classique avec x_0 and une quantique avec σ_h , liée à la taille du paquet d'ondes qui oscille sans changer de forme.

Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger 3

Extension de cette interprétation à l'atome d'hydrogène

Conjecture de Schrödinger en 1926 pour une particule unique

"Il est certain que l'on peut construire des paquets d'ondes gravitant sur des ellipses de Kepler pour un grand nombre de quanta et formant l'image de l'onde de l'électron de l'atome d'hydrogène"

Analogie état cohérent de l'oscillateur harmonique et électron dans un état de Rydberg. Considérons deux échelles : le rayon de Bohr a_0 and a grand rayon $a \gg a_0$. On cherche un paquet d'ondes correspondant à un petit nombre de fonctions propres

$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi) e^{-i \frac{E_n t}{\hbar}}$ autour de la valeur $n_0 \sim \sqrt{\frac{a}{a_0}}$.

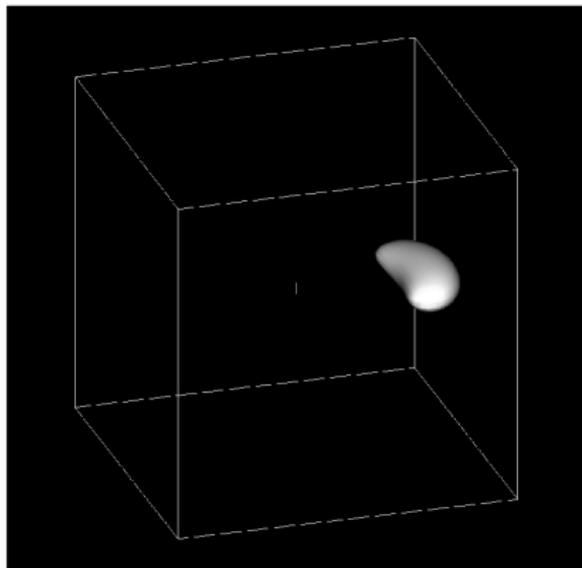
Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger 4

Definition : Particules préparées de manière déterministe

Si $\rho_0^{\hbar}(\mathbf{x})$ et $S_0^{\hbar}(\mathbf{x})$ convergent, quand $\hbar \rightarrow 0$, respectivement vers une distribution de Dirac $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ et une fonction régulière $S_0(\mathbf{x})$.

- Etat cohérent quasi-classique oscillateur harmonique (Schrödinger 1926).
- Etat cohérents à la base de la théorie quantique des champs.
- Vieux rêve de Schrödinger : Paquet d'ondes localisé dans l'atome d'hydrogène (Rydberg) avec des trajectoires classiques. Théoriquement prédit en 1994 (Buchleitner et Delande, 1995) et découvert en 2004 (Maeda and Gallagher 2004). Etats non dispersifs de Floquet.

Interprétation de la fonction d'onde interne (soliton de Schrödinger 5) : Paquet d'ondes cohérent de l'atome d'hydrogène (Buchleitner et Delande, 1995)



Paquet d'ondes en forme de banane avec $n=60$ à 4000 rayons de Bohr tournant dans le plan horizontal sans changer de forme.

Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger 6

Extension de cette interprétation au cas d'un système à N-corps

Définitions de $X^j(t)$ et $\Psi^j(\mathbf{x}, t)$

A partir de la fonction d'onde interne $\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, t)$ d'un système quantique à N-corps, on définit la **valeur moyenne de la position** $X^j(t)$ de chaque particule j :

$$X^j(t) = \int \mathbf{x}_j |\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_N, t)|^2 d\mathbf{x}_1 \dots d\mathbf{x}_N$$

et les N **fonctions d'onde internes individuelles** $\Psi^j(\mathbf{x}, t)$:

$$\psi^j(\mathbf{x}, t) = \Psi(X^1(t), \dots, X^{j-1}(t), \mathbf{x}, X^{j+1}(t), \dots, X^N(t), t)$$

$$\Psi^j(\mathbf{x}, t) = \frac{\psi^j(\mathbf{x}, t)}{\int |\psi^j(\mathbf{x}, t)|^2 d\mathbf{x}}$$

Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger 7

Conjecture généralisée de Schrödinger :

Pour un système quantique à N-particules, $\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, t)$, on peut déduire N fonctions d'onde individuelles dépendant du temps $\Psi^j(\mathbf{x}, t)$ et une fonction F_t , qui vérifient :

$$\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_N, t) = F_t(\Psi^1(\mathbf{x}_1, t), \Psi^2(\mathbf{x}_2, t), \dots, \Psi^N(\mathbf{x}_N, t)).$$

Elle remplace une fonction d'onde dans l'espace de configuration $3N$ par N fonctions d'onde individuelles dans l'espace 3D.

Théorème

Si les N fonctions individuelles correspondent à des particules étendues et non miscibles, elles ne se recouvrent pas et sont à supports disjoints. Alors la fonction d'onde interne s'écrit :

$$\Psi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \dots, \mathbf{x}_N, t) = \prod_{j=1}^N \Psi^j(\mathbf{x}_j, t)$$

Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger 8

Arguments en faveur interprétation de Schrödinger

- 1 Interprétation **réaliste** la plus **simple**
- 2 Compatible avec le modèle de l'**électron élastiquement lié**
- 3 Compatible modèle de l'**électron étendu et déformable** de Lorentz-Poincaré
- 4 Compatible avec la **dynamique moléculaire**
- 5 Compatible avec la **théorie de la fonctionnelle densité**
- 6 Compatible avec l'expérience (2019) de Mineev, Devoret et al sur les **sauts quantiques** : "*Les résultats expérimentaux démontrent que l'évolution de chaque saut effectué est continue, cohérente et déterministe.*"

- 1 Existence de deux fonctions d'onde : une externe (macro) et une interne (micro)
- 2 Interprétation de la fonction d'onde externe : onde-pilote dBB pour le centre de masse
- 3 Interprétation de la fonction d'onde interne : onde soliton de Schrödinger
- 4 **Conclusion**

Conclusion : interprétation de la double échelle

Fonctions d'onde externe Ψ_{ext} et interne Ψ_{int}

Mouvement global du centre de masse

Ψ_{ext} s'étale avec le temps

Ψ_{ext} représente un ensemble indiscerné

$(\Psi_{ext}, \mathbf{x}_G)$ représente la partie extérieure d'un système quantique

Ψ_{ext} est défini dans le référentiel du laboratoire

Ψ_{ext} pilote \mathbf{x}_G

interprétation dBB : $(\Psi_{ext}, \mathbf{x}_G)$

Les trajectoires dBB convergent vers celles de Newton

Mouvement interne/ centre de masse (référentiel propre)

Ψ_{int} ne s'étale pas avec le temps

Ψ_{int} représente un objet discerné

Ψ_{int} représente la partie interne d'un système quantique

Ψ_{int} est défini dans le référentiel propre

le centre de masse est stationnaire $\mathbf{x}'_G=0$

interprétation de Schrödinger

particules étendues

Conclusion : interprétation de la double échelle

Fonctions d'onde externe Ψ_{ext} et interne Ψ_{int}

Aproximation semi-classique

Interprétaion statistique de Born

($|\Psi_{ext}|^2$ représente la distribution statistique des positions

Inégalités d'Heisenberg

incertitude sur la position et la vitesse

Possibilité de mesurer la position du centre de masse

interférence, Stern et Gerlach, EPR-B

Aproximation quasi-classique

Interprétaion de Born non valide

($|\Psi_{int}|^2$ représente une densité continue de matière

Inégalités d'Heisenberg

indétermination (particule étendue)

Mesure directe non possible

requiert la mesure d'une autre fonction d'onde externe

Bibliography

- [1] E. Madelung, "Quantentheorie in hydrodynamischer Form", Zeit. Phys. **40** (1926) 322-6.
- [2] E. Schrödinger, Der stetige bergang von der Mikro-zur Makromechanik, Naturwissenschaften **14** (1926) 664-666.
- [3] R. J. Glauber, dans Quantum Optics and Electronics, Les Houches Lectures 1964, C. deWitt, A. Blandin and C. Cohen-Tanoudji eds., Gordon and Breach, New York, 1965.
- [4] I. Bialynicki-Birula, M. Kalinski, and J. H. Eberly, Phys. Rev. Lett. **73**, 1777 (1994).
- [5] A. Buchleitner and D. Delande, Phys. Rev. Lett. **75**, 1487 (1995).
- [6] A. Buchleitner, D. Delande and J. Zakrzewski, "Non-dispersive wave packets in periodically driven quantum systems," Physics Reports **368** 409-547 (2002).
- [7] H. Maeda and T. F. Gallagher, Non dispersing Wave Packets, Phys. Rev. Lett. **92** (2004) 133004-1.
- [8] R. Feynman and A. Hibbs, *Quantum Mechanics and Integrals* (McGraw-Hill, 1965).
- [9] V.P. Maslov and S.N. Samborski, *Idempotent Analysis*, Advances in Soviet Mathematics, 13, American Math Society, Providence (1992).

- [10] V.N. Kolokoltsov and V.P. Maslov, *Idempotent Analysis and its applications*, Klumer Acad. Publ., 1997.
- [11] M. Gondran, "Analyse MinPlus", C. R. Acad. Sci. Paris **323**, 371-375 (1996).
- [12] M. Gondran et M. Minoux, *Graphs, Dioïds and Semi-rings : New models and Algorithms*, chap.7, Springer, Operations Research/Computer Science Interfaces (2008).
- [13] W. Greiner, L. Neise et H. Stöcker, *Thermodynamique et mécanique statistique*, Springer, 1999.
- [14] L. de Broglie, J. de Phys. **8**, 225-241 (1927).
- [15] D. Bohm, "A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables," Phys. Rev., **85**, 166-193 (1952).
- [16] C. Jönsson, "Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten," Z. Phy. **161**, 454-474 (1961), English translation "Electron diffraction at multiple slits," Am. J. Phys. **42**, 4-11 (1974).
- [17] M. Gondran, and A. Gondran, "Numerical simulation of the double-slit interference with ultracold atoms", *Am. J. Phys.* **73**, 507-515 (2005).
- [18] D. Bohm, B.J. Hiley, *The Undivided Universe* (Routledge, London and New York, 1993).
- [19] P.R. Holland , *The quantum Theory of Motion*, (Cambridge University Press, 1993).

- [20] L.L. Foldy and S. A. Wouthuysen, Phys. Rev. **78**, 29 (1958).
- [21] M. Gondran, "Processus complexe stochastique non standard en mécanique," C. R. Acad. Sci. Paris **333**, 592-598 (2001).
- [22] M. Gondran, "Schrödinger Equation and Minplus Complex Analysis", Russian Journal of Mathematical Physics, vol. 11, n2, pp. 130-139 (2004).
- [23] W. Nagournay, J. Sandberg, and H. Dehmelt, "Shelved optical electron amplifier : Observation of quantum jumps," Phys. Rev. Lett. **56**, 2797-2799 (1986).
- [24] M. Gondran and A. Gondran, "Discerned and non-discerned particles in classical mechanics and convergence of quantum mechanics to classical mechanics", Annales de la Fondation Louis de Broglie, vol. 36, 117-135, 2011.
- [25] M. Gondran and A. Gondran, "The two limits of the Schrödinger equation in the semi-classical approximation : discerned and non-discerned particles in classical mechanics ", Conference Foundations of Probability and Physics 6 (Växjö, Sweden, june 2011), AIP Conf. Proc. 1424, 111-115, 2012.
- [26] M. Gondran and A. Gondran, "From interpretation of the three classical mechanics actions to the wave function in quantum mechanics", Quantum Computers and Computing 12, n°1, 17-25, 2012.
- [27] J. Dubois, T. Jullien, F. Portier, P. Roche, A. Cavanna, Y. Jin, W. Wegscheider, P. Toulleau and D. C. Glattli, "Minimal-excitation states for electron quantum optics using levitons", Nature **502**, 659-663.