Solution :

Et bien pour pouvoir faire correspondre un nombre et un seul à chaque vecteur du plan, nous devons choisir comme nombre un nombre complexe ! La prise en charge de la longueur intervient dans la norme du nombre complexe en faisant correspondre les deux bases **e** → r, **n** → j, le nombre s'écrivant sous la forme q.r + p.j. En utilisant un nombre complexe, l'application qui fait correspondre un nombre complexe à chaque vecteur du plan peut être représentée par l'opérateur suivant :

$$\begin{bmatrix} f_{11} & 0 \\ 0 & f_{22} \end{bmatrix}$$

en prenant pour fonctions : $f_{11} = r \cos(\Theta)$, $f_{22} = r \sin(\Theta)$, et *a* est un covecteur décomposé en ses composantes réelle et imaginaire a_1 et a_2. Nous retrouvons notre écriture générique :

$$a_k = f_{km}\, n^m$$

Un peu d'histoire

Au 16° siècle, l'Italie a été le lieu de développements algébrique originaux. En 1545, Geronimo Cardano (Jérôme Cardan en Français) publie son Ars Magna où figure pour la première fois la résolution des équations du troisième et quatrième degré. Pour résoudre une équation telle que $x^3 + 6x = 20$, autrement écrite $x^3 + px = q$ où p et q sont positifs, la méthode dévoilée par Cardano consiste à poser x = u – v où u et v sont tels que uv = p/3 (soit dans notre cas, uv = 2). En remplaçant x par u – v puis v par 2/u dans l'équation nous obtenons $u^6 = 20\, u^3 + 8$ qui est une équation du second degré en u^3 (donc facile à résoudre, ici u3 = 10 + √108 pour la racine positive).

Mais l'application des formules de Cardano fait apparaître dans certains cas des racines carrées de nombres négatifs. Cardano et surtout le mathématicien bolonais Raffaele Bombelli (1526 – 1573) sont les premiers à manier les nombres formés avec des racines carrées de nombres négatifs qui deviendront les nombres complexes[1]. Cardano s'intéressait à toutes sortes de choses. La mécanique l'intriguait et on lui attribue la découverte du joint universel dit « suspension à Cardan », bien qu'il s'agisse en fait d'une invention Chinoise. Il compris que la trajectoire d'un projectile est parabolique et affirma avec raison que le mouvement perpétuel était impossible[2].

1 Sous la direction de Philippe De La Cotardière, « Histoire des sciences ». Edition Tallandier, 2004, Paris.
2 Clin Ronan, « Histoire mondiale des sciences ». Collection Point Sciences, 1983.