

# Les Catégories comme briques de construction de la Pensée !

Exposé à Andé 2016 de Éric Beaussart.

Il y a 54 pages, mais, rassurez vous, les pages 31 à 53 ne sont que « précisions », et, comme je ne ferai que survoler certaines page, nous n'en aurons que pour un quart d'heure ! (Ici, nous mettrons même à la suite l'entrée « Diagramme », pour rappel).

Nous commencerons par un exemple de Catégorie bien connue, les Circonstances !

Bien connues ? Voyons ...

## Circonstance :

N. f. 1260, du Latin « Circumstare », se tenir, « stare », autour, « circum ». Voir Contexte et Catégorie aussi.

— **Particularité qui conditionne et accompagne un Fait, un Événement, une Situation** ; Accident, Condition, Détermination, Donnée, Modalité, Particularité, Climat. Les Traits sont des Déterminants d'Objets ou Personnes ; les Contextes déterminent des Situations, des Cas.

### Classe de Catégories

Un Complément de Circonstance, Circonstanciel, précise des Rapports de Temps (Quand ? (Voir aussi les Aspects Verbaux)), de Lieu (Où ?), de Manière (Comment ? (voir aussi Gérondif)), de Facteurs en Sujets Objets (Quoi ?) ; de Cause, Motif, (Pourquoi ?), et parfois d'Agent (Qui ?), de Condition, ... ; Voir donc aussi infra, et, Modalités, Modes, Aspects, Adverbes, Cas, Conjonctions, Conjonctures, Contexte, Paramètres, Détails. Les Anglophones parlent souvent des « Five W » : « Where, When, Who, Which, Why » ! Voir donc aussi à « Mode » et « Modalité », voire Déterminatif, Question, Autopoïèse.

Les Classiques ont oublié les Positions Relatives et les Attitudes !

Voir également des Prépositions ou Postpositions Adverbiales, des Affixes aussi, comme « Dans », « Dedans », « Hors », « Dehors », « Deçà », « Delà », « Déjà », « Cis- », « Trans- », etc.  
Voir Universaux.

— **Faits explicitement Définis et Visés (Attendus), en considération desquels on énonce un Jugement**

Plus 'Objectifs' et 'matériels' en opposition aux Motifs plus 'Subjectifs' et 'personnels'. Voir à Attendus, Motifs, Conditions, Jugement, Considération, Considéré, Considérant.

— **Situation momentanée, actuelle et présente, en liaison avec un vécu énonçable**

S'oppose au Fantasma en Praxéologie. Voir Cas, Situation.

Ce qui constitue et caractérise un Moment, un Instant présent, ou décrit comme tel : Conjoncture, État des Choses, Événements, Heure, Date, Actualité, Possibilité, Nécessité, Vérité, Mode et Modalité.

Voir aussi Épisode, Cas, Tirage, Scénario, Script, Texte, Scène, Acte, Cas, Coïncidence, Éventualité, Hasard, Aléa, Incidence, Chance, Risque, Contingence, Accident.

Fait utile pour et/ou dans une Occasion particulière : À-propos, Opportun, Opportunité.

— **Détail dont il faut tenir compte pour un Jugement Valide** ;  
Voir Instance, Condition, Validité, Vérité, Cas, Situation, Accident.

L'Objet en la Situation, comme le Sujet, font par leur importance, la matière d'une Analyse à part de celle des Circonstances.

Vous m'objecterez peut-être que « certains peuples » n'ont ni passé, ni futur apparent dans leur langue.

Par exemple, tels ont pu dire « Le rêvé certain » pour ce qu'il ont vécu, et « Le rêvé possible » pour ce qu'ils voudraient vivre !

Mais,

– quand les « Latins » disent : « Ensemble », « In simulare », donc dans le semblable (au regard d'une Loi d'Appartenance et de Prédicabilité ;

– les Anglo-saxons disent « Set », qui signifie « Posé », « Établi » ;

Vous m'accorderez que ces Mathématiciens pensent bien au même Objet Mathématique ! Eh bien, c'est pourquoi nous parlons de Concepts, pour ces Abstractions, ces Idéales Platoniciennes, où la première expression est fonctionnellement un Passé et la seconde un Futur !

Chez nous, en tout cas, pour préciser les Modalités d'un Événement, il est d'usage de poser le :

« QQQQC » ....

<< **Quoi** (Substance [du **Fait** dans la Situation et les Circonstances] {Ousia et Parousia}, {Quod}, Propriétés Prédicables Intrinsèques, Endogènes) ; Ce dont il s'agit, voir à **Objet**.

**Qui** (Objets – Sujets [Agent et Patient]) {Ontos}, {Quid}, (Substance d'**Agents**, de Personnes, (Noumènes), dont l'Essence est de permettre, ou pas, tels « faits » (Phénomènes), qui sont alors des Propriétés Prédicables Extrinsèques, Exogènes.). Voir à Observation et Épistémopraxéologie ;

Ce dont il est question, voir à Sujet.

**Où** (Lieu, {Pou}, {Donde}) ; Voir aussi à Repère, Référentiel, Lieu, Monde, Univers, Espace et Plongement.

**Quand** (Temps, {Pote}, {Quando}) ; Voir à Logique Modale Temporelle.

**Comment** ({Commodo, « Quibus Auxilis »}, par quels Moyens ?) ; (Voir l'équivalent en Grec !).

Voir à Manière, Façon, Mode.

La Volonté de connaître des « Pourquoi » nécessite généralement le détour par la Modalité du « Comment » et c'est même indispensable en Sciences Expérimentales, y compris celles considérées comme relevant le plus d'Observations. Bien des Progrès dans la Compréhension des Phénomènes ont été obtenus par la remise en cause des Méthodes et Procédés d'Observation sur les Objets pour lesquels l'Expérimentation est difficile, sinon d'abord impossible.

Surtout, il faut se garder d'oublier :

**Combien** (Quantité, {Poson}, {Modus, Metron}), Mesure, Quantités ;

**P**ourquoi, {Cur} ; Mobile, Motif, ! ...<sup>1</sup>(Voir l'équivalent en Grec !). >>.

Voir à Mode, Logiques Modales et en particulier Déontiques et Épistémique.

La Causalité doit, pour un Systémicien, faire l'objet d'un traitement soigné, car sa « Téléonomie » ne peut être Triviale et vulgaire, il faut plutôt y voir une Adaptation à un Milieu hétérogène, un Environnement changeant. Voir à Cause. « QOOQC ... CP » ! >>.

C'est donc ce que l'on l'appelle, en effet, « Questions de Taylor » (ou de Cicéron, et en fait dites de Quintilien, mais qui étaient utilisées depuis Thalès au moins !), voir « Situation », « Position », « Espaces », « Repères ». Les Juristes Romains en ont fait bon usage ; et voir aussi à Questionnaire, Sondage, Échantillonnage, Tirage, Statistique, Test.

Voir aussi à **Contexte**, Cas, Complément, Contexte, Situation, Échantillonnage, Tirage, Accident, Catégorie, Modalité, Décor, Acteur, Scène, Lieu, Date, Moment, Instant, Environnement, Sujet, Objet, Agent, Patient, Acteur, Actant, Qualité, Quantité, Action, Acte, Bénéfique, Nocif, Agrément, Confort, Cadre, Espace, Repère, Amer, Distance, Proximité, Proxémie, Motif, Mobile, Cause, Effet, Mode, Manière, Façon, Volonté, Intention, Substance, Essence, Position, Attitude, Posture, Adaptation, Modification, Changement, Statique, Cyclique, Dynamique, Relativité, Transformation, Transfert, Translation, Milieu, Homogène, Hétérogène, Propriété, Propre, Appartenance, Enquête, Instruction, Investigation, Inquisition, Pertinence, Question.

---

<sup>1</sup> Il faudra réétudier les Concepts, et donc Catégories, Aristotéliens liés aux Causes : Prochaine, Efficente ....

## Catégorie :

N. f. Par Rabelais, en 1564, du Grec « Katêgoria », Attribut, **Qualité attribuée à un Objet**, littéralement, ce qui Casse en Répulsion, **Division Constituante**.

Brique de Construction de la Pensée ! Voir Circonstance aussi pour les « Faits ». Voir Caractère, Caractéristique, Trait, également.

Voir aussi à Étiquetage, Estampillage, Catégorisation, Indexicalité.

**O)** Bien trop de Gens, qui généralement en prennent beaucoup d'autres pour des « Cons », hors leur petit cercle d'amis, leur coterie, leur clan, leur tribu, leur "village" au mieux, confondent « Catégories » et « Situations Hiérarchiques » ! Voir à Classe !

Il est courant que l'on puisse dire : « Les Amis de mes Amis sont mes amis », « Les Amis de mes Ennemis sont mes Ennemis », « Les Ennemis de mes Amis sont mes Ennemis », en même temps que « Les Ennemis de mes Ennemis sont mes Amis ».

Cela oublie seulement les transitivités imparfaites et les phénomènes de Circularités signalés à « Condorcet », « Paradoxe de Condorcet », et « Arrow ».

Il est des « Chi-Four-Mi », des « Pierre, Ciseaux, Puits, Feuille, etc. » ; car celui qui peut m'en vouloir est De-facto un Ennemi au moins en puissance, mais peut être l'Ami d'un Ami ! Voir Transitivité, Circularité, Cycle, Symétrie, Asymétrie, Dissymétrie, Brisure.

## **I) Donnée d'une Collection d'Objets et de Transformations entre ces Objets, les Morphismes, par des Foncteurs.**

Cet Aspect sera développé plus bas !

Ensemble de Personnes et/ou de Choses qui peuvent être Prédiquées du même Terme, auxquelles on peut donner un même Attribut.

Un Outil fondamental de la Théorie des Catégories est la Représentation graphique des égalités entre compositions de morphismes, représentations appelées « **Diagrammes** commutatifs ». Voir aussi à Structure, Algèbre, Automate, Diagrammes Sociologiques.

Un exemple simple est l'associativité d'une opération de composition d'une catégorie **C**, qui est exprimée comme la commutativité d'un diagramme dans la catégorie **C**. Stoltenberg et Hansen ont bien développé cette Théorie des Catégories. Il y aura encore mieux !

Ici Collection {a,b,c,d, ...} ; les Objets : Ob(**C**), sont souvent vus comme posés en Graphes orientés, avec **X ens** Sommets ; et les Flèches : Fl(**C**), comme Arêtes, **F ens** Flèches ; Morphisme {f,g,h, ...} ; (Voir aussi à Diagramme, Graphe).

Bien noter que, comme pour tout Graphe, on a Dualité et sinon Symétrie ni Inversion exactes possibles, du moins possibilité d'explorer ce que donne la Commutation entre :

Ob(**C**) / **X ens** Sommets ; et  $\Leftrightarrow$  et **F ens** Flèches ; Fl(**C**).

Voir Diagramme, Graphe.

Il est à noter que les Morphismes initiaux ici, pour quatre Objets, ne sont que trois, les autres étant définis par le Foncteur de Composition, ici ( $x \circ y$ ) choisi. Voir Analogie, Harmonique ; Voir aussi à Théorie des Graphes pour plus amples détails. Hélas, ici le Diagramme est « Plan », alors qu'il devrait être Tétraédrique !

Voir Treillis, Diagramme des Parties, Diagramme de Hasse.

Par exemple, même avec une Logique Binaire, par Découplage Symbolique et Double Articulation, plus un Plongement dans un Espace Grammatical assez vaste, il sera possible de considérer des **Triplets**, voire des **n-uplets**, avec les Lois de Composition, de Comportements de Liaisons, énoncées en Règles sur les Faits Objectifs, surtout si l'on définit l'Identité.

Voir, par exemple, après FORTRAN, FORMAC, langage de descriptions et programmations mathématiques datant de 1962, ancêtre de MUMATH vers 1979 - 1985, puis l'actuel, en 2008 - 2016, MATHCAD, ou bien MATHEMATICA. Qui ne doivent donc pas être confondus avec des langages de Programmation comme FORTRAN, ni de Rédaction de Textes tels TEX-LATEX !

## **II) Concept fondamental de l'Entendement** nécessaire pour

**Trier, Classer, Juger.**

Penser même.

De Aristote à Kant, les Catégories sont donc utilisées, comme Concepts Primitifs, Représentant Toutes les Fonctions nécessaires à la Connaissance et la Compréhension dans la Pensée Discursive d'abord, auxquels les Idées, puis Notions et Concepts Composés et Valués, et les Jugements, sont Reliés en Dépendance.

— Mode Général d'Énonciation d'une Notion considérée comme Universelle, Conceptualisée en quelque Axiome de Théorie, en Théorie des Catégories ;

comme Genre, Espèce, Propre, Accident, Différence, etc.

Voir Paradigme, Primitive, Chose, « Thing », Objet, « Object », Axiome, Entité, Relation, Propre, Propriété, Substance, Essence, Qualité, Quantité, Espace, Genre, Espèce, Propre, Accident, Circonstance, Différence, etc.

Voir pour la Technique pure la Théorie des Catégories supra puis infra ; Les Concepts de Catégorie et de Foncteur sont plus Forts que ceux dits "classes" et "relations", et leurs Duaux de d'ensembles et de fonctions, construits, eux, dans la Théorie des Classes et celle des Ensembles.

Voir aussi à Analyse et Synthèse, et en V, infra, pour des Significations, des Acceptions, plus intuitives.

Nous pouvons ici nous appuyer sur « Critique de la Raison Pure », Emmanuel Kant, ici en Éditions Quadrige/PUF, 04/1993. Voir aussi à Syllogisme.

Beaucoup ont appris tout cela, ce qui suit, mais ce doit être mis pour préparer les articulations suivantes, et à l'attention de ceux qui liraient ce texte en entrée en matière ! Il est à noter que la plupart des Catégories répondent aux nécessités de Description de Circonstances !

Voir à Circonstance.

Soit :

**Espace - Temps, Synthétique - Analytique, Genre – Espèce, Constat – Jugement**

en :

- Quantité : Universel, Particulier, Singulier ;
- Qualité : Affirmatif, Négatif, Indéfini ;
- Relation : Catégorique, Hypothétique, Disjonctif ;
- Modalité : Problématique, Assertorique, Apodictique ;

Problématique est proche de Hypothétique, Conjectural, en Supposition.

De Dyades de Logique Aléthique dite Aristotélicienne, on passe déjà à des Triades de Logiques Modales ; Puisque Découplages par Explicitation par, et du, Copule de la Relation, entre Objet et Prédicat, Sujet et Attribut ;

Que, donc, Kant, après Leibniz, a amorcées, mais que au XXème siècle et depuis, après Lukasiewicz, Blanché et Grize, les Chercheurs ont toujours autant de mal à maîtriser, comme chez les Mathématiciens la Théorie des Nœuds, qui reste aussi Question Ouverte malgré les Ordinateurs, alors même que les Scholastiques avaient, “à la main”, déjà répertorié tous les Syllogismes possibles en Logique Binaire, Aléthique. Voir Grize, Blanché, (donc à U et Y en Syllogisme), par exemple.

En fait, ce n’est pas surprenant, car la Théorie des Problèmes NP-Complets, comme Trois Entités, à Trois Propriétés, en un Espace à Trois Dimensions, et les **Nœuds** afférents à leurs Orbitales dans Espace États- Phases, est toujours Problème Ouvert pour l’Élite des Mathématiciens de ce début de XXIème siècle.

Les Relations Catégoriques donnent :

- pour Quantité : Unité, Pluralité, Totalité ;
- pour Qualité : Réalité, Négation, Limitation, où, par exemple, la réalité d’une Affinité peut supposer une Complémentarité ;

Et ici, les Catégories que l’on peut communément citer :

– pour Relation :

§ Inhérence et Subsistance en Substance et Accident, à laquelle vous associez à juste titre Ressemblance, et j’y ajouterai la Part Héritable de l’Identité, pour des raisons développées ailleurs ;

§ Causalité et Dépendance, avec Action de Cause Initiatrice à Effet Continuateur, auxquelles on peut associer la Lignée, la Descendance Lignagère ;

§ Communauté en Action Réciproque entre Agent et Patient, où il peut y avoir asymétrie et entité initiatrice, mais où ici, les rôles peuvent donc être commutés.

En effet, les Partenaires lors des Inter-fécondations entre Lignées sont en Communautés de Linnéons, et de Jordanons, qui seules permettent à l’un d’agir sur l’autre, et en commun comme Partenaires.

Pour qu’il y ait Action de Fécondation, comme pour toute Action, il faut que l’entité qui devra Réagir soit Susceptible à l’Action, à son Vecteur, au « Champ » de Possibles correspondant.

Il y a aussi :

– pour Modalité, les Oppositions :

§ Possibilité – Impossibilité ;

§ Existence – Inexistence ;

§ Nécessité – Contingence.

Où l’on revient à des Dyades de Logique Aléthique.

C’est donc dès la page 94 sur 571 que l’on est dans ce qui nous occupe ici, mais c’est encore l’Analytique des Concepts ! L’Analytique Transcendantale commence page 147 dans l’édition PUF, et page 163 propose une autre Table de Catégories :

– 1 Des Axiomes, et donc *de l’Intuition* ; d’abord Individuels, au Présent de préférence des Jeux d’Axiomes Collectifs, Choisis par Conférences de Consensus, dont la Structure définit d’ailleurs implicitement la Matière dans laquelle on travaille, et la Discipline Choisie.

Voir Primitive, Paradigme, Schéma, Schème, Principe, Topoi, etc.

– 2 Des Anticipations, et donc *de la Perception*. En Mathématiques Estimateurs et Prédicteurs. Et des Conjectures pour quelque Futur ;

– 3 Des Analogies, et donc *de l’Expérience*, sur le Passé, la Nature, la Société, les Structures, etc. ;

– 4 Des Postulats, et de la Pensée Empirique en général, en Topoi au Présent.

Ensuite, d'autres Tables « Divisent » les Concepts en jeu, selon diverses Combinaisons entre eux et selon leurs Qualités, p. ex. :

Substance, Essence, Accident, Simplicité, Complexité, Sujet donc Actif, Objet donc Passif, etc.

Par exemple aussi en page 326 de l'édition PUF dont je me sers : « Des Concepts de la Raison Pure, *l'ensemble de la psychologie pure, système des idées cosmologiques* (cosmologiques au sens des nécessités de toute organisation de quelque monde), « Unité », et page 332 « Intégrité », etc. ». Voir à Universaux, Syllogismes, et leurs Tables de Combinatoires !

En page 460, il y a étude des « Lois de Spécification », page 531 de la « Démonstration » !

Il est donc Conventions À-priori, comme Topoi Phatiques nécessaires, qui, évidemment, ne peuvent être d'Arbitraire Nominaliste pur, puisque Descriptives d'une Réalité, ne serait-ce que d'un Dialogue sur un Concept, puis relations entre Concepts, ici, par exemple, de Genre et d'Espèce.

Toute Théorie est Contemplation de Conséquences de Conventions.  
La Catégoricité est Propriété d'une Théorie déductive dont tous les Modèles sont Isomorphes.

Voir aussi à Algèbre.

Mais, encore une fois, **Tout Concept en Science EST Idée Régulatrice !**  
Car un Concept Scientifique EST Ce qui Unifie les Données des Sens, y compris avec Prothèses, et a une Fonction Heuristique qui Guide les Explorations du Réel.

Dès que l'on « Dit » : « Biologie », « Kantienne », ou « Photorécepteur », « Système Visuel », « Aire Neuronale », voire « Couleur », « Tesselle », et même « 2D » ou « 3D », cela implique une Référence à des Procédures de Discriminations entre Perceptions, Distinguos fondés sur des Définitions Collectives.

L'Essence Réaliste du Genre et de l'Espèce est de même Nature que celle de la Droite et du Point, dont aucun Mathématicien, ou presque, ne dira que ce sont des Objets qui n'existent que dans l'Esprit de qui les Pense actuellement.

Ce Sont des Entités dont les Vertus Essentielles sont précisément de Fonder des Différences de Qualités !

Qualité que l'on peut attribuer à un Objet par un Prédicat, à un Sujet par un Attribut.

Voir aussi à Modalité, Mode, Qualité, Quantité, Relation, Proposition, Prédicat, Attribut, Copules (les Connecteurs Orientés en Logique).

#### — Critères et Lois premières et irréductibles de la Connaissance

Un Catégorème est un Terme qui a une Signification par lui-même, donc correspondant à un Mot de sens plein, et Paradigmatique, Primitif.

Même des Copules, Mots dit Grammaticaux, peuvent avoir un Sens Propre, même hors contexte.

Chacun des Genres les plus Généraux de l'Être, de l'Existence, irréductibles les uns aux autres. Tels une Qualité (telle Charme, Étrangeté, Saveur, Couleur, ...), une Étendue Spatio-temporelle, (comme Lieu et Temps donc) ; une Relation, (en Agir et/ou Subir), voire une Substance, un Avoir, une Position en Attitude, en Conatus ; et une Pulsion, Impulsion, Énergie, en Impetus !

Concepts Fondamentaux de l'Entendement Pur, servant de Forme À-priori à la Connaissance, et formes dues à notre équipement neuronal.

Voir Cognition, Psychologie Cognitive, etc.

Voir aussi à À-priori, Analyse, Axiome, Expérience, Circonstances, Connaissance, Universaux, Épistémologie, Épistémo-praxéologie.

**Attributs généraux de l'Être et des Entités, des Noumènes et Monades telles Charges et Étendue, qui déterminent les Formes et les Mouvements dans les Phénomènes.**

Ensemble de Fonctions d'Appartenance.

Voir aussi à « String », Chaîne, Groupement, Collection, Classe, Critère, Grandeur, Champ, Dimension, Aspect.

Une Entéléchie est l'Aspect incorporel d'une Monade et suppose Suffisance et Perfection, donc :

Si, et Seulement Si les Critères et Conditions de Connaissance factuelles sont réunis, la Monade sera un Noumène susceptible de Phénomènes. Voir à Corps et Âme, Substance et Essence.

Ces Caractères sont les Prémises d'un Syllogisme dont la Conclusion est laissée à l'Action d'une Inférence.

Ci-après, deux exemples de Catégories importantes :

Un des acquis des Logiciels d'Aide à la Conception de Systèmes sur Ordinateurs est la distinction entre **Entités** et **Relations**.

– Les Entités sont certes des Objets, mais elles forment une Classe très générale des Objets, des Choses concrètes ou abstraites, et même des vivants en tant que subissant, des Acteurs, des Personnes, des Flux, etc. ... Dont chaque Sous-classe peut ressortir d'une représentation distincte.

Souvent la position de racine est étiquetée « Thing », « Chose », « Cosa », ...

– Les Relations sont des Liens, dont les subdivisions sont moins variées (ici, je parlerai surtout des Lois de Comportement).

Il est commode lorsque la dimension temps est prise en compte d'introduire des Entités, des Objets spatio-temporels appelés **États**, et des relations appelées **Phases**, qui ont leurs propres espaces. Il y a bien d'autres espaces : Configurations ...

Il est important, si l'on veut des modèles qui fonctionnent, des maquettes opérationnelles, de ne pas mélanger toutes ces représentations. Ne **pas mélanger**, **mais** imbriquer, car, par exemple, les Phases sont duales des États.

Il y a d'ailleurs généralement des co-définitions entre les Termes de : Catégorie, Collection, Classe, Ensemble, Proposition, Prédicat, etc.

Avec aussi comme Primitives Objet, Chose, Individu, Élément, Partie, etc. D'où : Base, Référentiel, Sous-espace, Espace, Domaine, Monde, Univers, etc. En un sens Mathématique, par exemple, les Relations seraient-elles une sorte de Foncteurs ?

En réalité, les Foncteurs sont des Opérateurs portant sur d'autres Opérateurs, précisément ceux qui définissent les Classes des Fonctions des Objets Sommitaux en reliant des Initiaux Primitifs et des Dépendants Secondaires par des Causalités. Voir Connectivité et Valence.

**III) Critères Sémantiques et/ou Grammaticaux qui distinguent les Parties d'un Vocabulaire**, en particulier les « Mots » considérés comme « Lexicaux Pleins », les Littéraires, en opposition aux « Mots » considérés comme « Grammaticaux Vides ».



**Et Parties Logiques (Délimiteurs, Ponctuation, Connecteurs), Grammaticales (Règles, d'Assignation, de Production, ...).**

Voir à Grammaire, Mot, Structure et Morphologie.

Un Domaine Théorique est toujours défini au moins :

– En « Sémantique » par Un (ou plusieurs) Axiome(s) qui « définit », au moins en affirmant son existence, quelque « Objet - Entité », ne serait-ce que comme Symbole Vide ;

– Et « Syntaxe (et Pragmatique, si il n'y a pas de règles spécifiques à cet aspect) », par Une (ou des) Règle(s) qui « définit » un « Lien - Relation », tel une Règle de Formation d'**ebf**, puis en seconde articulation de **fbf**, et/ou de Dérivation, comme par Réécritures, Substitutions, Ajouts, Concaténations, ....

Sans oublier la nécessaire Clause de Clôture, qui évite par exemple les Dérives de Déploiements ! Voir à « Grammaires Génératives », Chaîne, Arrêt.

Il est des Catégories d'Espace - Temps, comme Topologies, Métriques, Géométriques, Algébriques, Vectorielles.

Et des Catégories de Champs, comme les Charges et autres.

Voir aussi à Étendue, Critère, Voisinage, Grandeur, Dimension, Situation, Mesure, Sens, Orientation, Attitude, Distance, Mesure.

Il est d'autres Catégories, comme celles de Sacré vs Profane, qui, même chez les Athées, quoique souvent alors sous d'autres noms, qui ne concernent plus le purement Physique, et seront commentées plus loin.

Seymour Papert et Jean Piaget ont insisté sur les Mouvements Naturels de Division, Séparation, Classification, Classement, Délimitation, Tri, Choix, Dénomination, Dénotation, Étiquetage, Criblages en Variétés, Espèces, Familles, Genres, Groupes, Ordres, Séries, Sortes, Embranchements, Collecte et Collection. Voire aussi, très tôt, Alignements et Empilages.

L'Épistémologie Génétique, par l'Étude de la Genèse des Connaissances, part du Sensori-moteur jusqu'aux Spéculations les plus Abstraites de la Logique comme Outils de Représentation du Monde.

La « Nature » des Objets ainsi discernés, en leurs Propriétés et Qualités, Prédicats, Attributs, est généralement imprécise et les Limites Floues.

L'Abstraction, la Conceptualisation, qui est Reconnaissance Formelle, font passer du Factuel Objectif au Catégoriel.

Le Catégoriel ici n'est pas que ce qui est Limité à une Catégorie ou quelque Catégories d'Êtres, de Personnes. C'est le fait de relever de ce champ sémantique, par exemple en Jugement Catégoriel.

Voir à Appartenance, Critère, Classe, Règle, Filtre, Comparaison, Qualité.

Un Jugement Hypothétique renferme une Condition, (Voir à Hypothèse, Condition, Problématique, Problème.) ;

Un Jugement Disjonctif renferme une Alternative ; (Voir aussi Alternative, Dilemme, Mode, Modalité).

**Un Jugement Catégorique ne renferme qu'une Assertion simple ;** (Voir aussi à Assertion, Assertorique, Constat, Constatif, Déclaratif). Qui ne comporte ni Condition, ni Alternative.

Voir à Condition, Alternative, Jugement, Tautologie, Évident.

Est Catégorique ce qui ne laisse aucune possibilité de Doute, de Contradiction, de Contestation.

Voir Absolu, Certitude, Certain, Évidence, Évident, Irréfutable, Indiscutable.

**L'Impératif Catégorique ne souffre aucun Doute, ne permet ni discussion, ni Objection.**

Voir « Argumentum Baculinum » ! **Principe de Réalité.**

Qui exprime un Avis, une Opinion, d'une manière Affirmative, Nette, Claire, et souvent sans réplique possible. Tant pis pour qui n'en croit pas ses yeux, ni ses mains, ni, surtout, leurs Représentations Unifiées et Partagées avec des Congénères. L'Opinion Publique peut se tromper, mais pas en tant que Expression d'une Volonté Générale.

Voir à Consensus et Conférence de Consensus.

Voir aussi Pulsions, Impulsions, Ça, Émotion ; C'est un Impératif Absolu, Indiscutable, de l'Ordre du Réflexe, de l'Instinct ; Voir à Besoins de Maslow, Doxa, Dogme.

**Dès 1853 la Catégorisation est le Classement par Catégories en Linguistique et Psychologie Sociale.** En Économie et Mercatique aussi. Souvent pour Étude Statistique, c'est la Caractérisation Formelle d'un Magma, d'un Agrégat.

Classement, certes, mais Neutre, sauf « Procès d'intentions » ! Voir Structure et Structuralisme.

Au début de l'Entrée « Catégorie », il y a une importante observation sur l'idée de Catégorie qui fonderait la « Catégorie Socioprofessionnelle » ; Voir à Classe.

Hélas, beaucoup trop de gens, après que des fanatiques d'un marxisme mal digéré et surtout leurs adversaires, aient discrédité le Concept de « Classes Sociales », prennent comme Critère de Jugement celui des Hiérarchies Ploutocratiques !

Au grand dam des Philosophes et des vrais Scientifiques. Voir « CSP+ » ! Voir Classer et Cataloguer, Trier, Mots, Termes ; Voir aussi à Cens, Censeur, Recensement, Classifieur, Classificateur, Classeur, Appartenance, Idéologisation, Étiquette, Membre, Collecte, Collection, Ensemble, Sociologie, Sociométrie.

La Taxinomie, qui est la Répartition d'Objets en Classes et leur Rangement, objet de la Taxilogie, est arme de Défrichage des Champs de Connaissances ; Voir à Analyse, Systématique.

Voir aussi à **Cas et Circonstance**, Accident, Complément d'Objet.

#### IV / **Éléments de Théorie des Catégories :**

1§ Catégories.

Il s'agit de donner, pour fonder une Axiomatique :

a)  $\alpha$  / Une collection d'Objets :  $\text{Ob}(\mathbf{C})$ , parmi lesquels on pourra prendre **A et B** ; Sachant que ultérieurement, il pourra être constitué une Classe **[Ob]**, des **Objets**, et :  
Voir Axiome de Choix.

a)  $\beta$  / une collection de **liens**<sup>2</sup> orientés dits **Flèches** :  $\text{Fl}(\mathbf{C})$ , ou  $\text{Fl}(\mathbf{C}) \rightarrow$ . Ce sera une collection de **Morphismes** de **A** vers **B**, écrits sous la forme :  $f : \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ . Sachant que, ultérieurement il pourra être constitué une Classe **[Mo]**. Voir l'exemple de ce genre de Diagramme supra ou infra, ailleurs en tout cas.

---

<sup>2</sup> Voir à créer des Entrées « Lien » et « Liaison » ! Comme « Aspect » et quelques autres, ces Mots sont toujours supposés connus des Humains, mais les Machines pourraient ne pas être très habiles à en « deviner le Sens » ! Voir IA et RàPC !

Nous en ferons donc par  $\alpha$  et  $\beta$  la Catégorie  $|\mathcal{C}|$ , qui sera une classe d'Objets étudiés. Sachant que  $\mathcal{C}$  sera donc alors, elle-même, la Donnée et en Union, des deux Classes :  $[\text{Ob}] \cup [\text{Mo}]$ .

b) La collection de liens  $\text{Fl}(\mathcal{C})$  dite « Flèches directes » pourra subir un « renversement de sens » donnant des « Flèches inverses » -  $(\text{Fl}(\mathcal{C}))$ , ou  $\leftarrow(\text{Fl}(\mathcal{C}))$ .

d) Deux applications  $s$  et  $b$  de  $\text{Fl}(\mathcal{C})$  dans  $\text{Ob}(\mathcal{C})$  telles que l'on note pour tout couple d'Objets  $(A, B)$  :  $\text{Hom}^3(A, B)$  les Flèches  $f$ , de Source  $s(f) = A$  et de But  $b(f) = B$ . Ces collections munies de ces applications seront la **Catégorie  $\mathcal{C}$** . Voir à « Tables de Routages » et « Assignment ».

Pour des Couples  $(X, Y)$  d'objets de  $\mathcal{C}$ , on a un ensemble  $\text{Hom}^{\mathcal{C}}(X, Y)$ , de  $X$  vers  $Y$ , et avec des Couples  $(X', Y')$ , tels que  $\text{Hom}^{\mathcal{C}}(X, Y)$  et  $\text{Hom}^{\mathcal{C}}(X', Y')$  sont Disjoints, sauf si :  $X = X'$  et  $Y = Y'$ .

c) En appliquant -  $(\text{Fl}(\mathcal{C}))$  sur  $\text{Ob}(\mathcal{C})$ , on obtient  $\mathcal{C}^*$  dite *Catégorie Duale* de  $\mathcal{C}$ . Comme souvent, le terme de « Dualité » aura une acception différente quand il sera utilisé en Théorie des Graphes par ailleurs. (Quoique !).

e) Une application qui associe à tout couple  $(f, g)$  de flèches *composables*, de Morphismes  $(f, g) \mathcal{f} : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$  et  $g : \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}$ .

nous aurons un Morphisme  $f \circ g : \mathcal{f} \circ g : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{C}$ ; i. e. tel que  $s(g) = b(f)$ , soit une *flèche composée* notée  $f \circ g$  ou  $\underline{fg}$ , de source  $s(f)$  et de but  $b(g)$ . Le Morphisme  $f \circ g$  est la Composée de  $f$  et de  $g$ .

f) La Règle : Si  $f \in \text{Hom}(A, B)$ , Alors on écrit  $f : A \rightarrow B$ , ou, si l'on préfère,  $(A \rightarrow^f B)$ .

g) L'Axiome C1 : Pour tout objet  $A$ , il existe une *flèche unité*  $1_A : A \rightarrow A$ , telle que  $1_A \circ f = f$  et  $g \circ 1_A = g$ , pour toute flèche  $f$  de but  $A$  et toute flèche  $g$  de source  $A$ . Pour chaque Objet  $A$  de  $|\mathcal{C}|$ , il y a possibilité de créer un Morphisme identité comme  $\mathcal{I}_A : A \rightarrow A$ ; et étant donné tout Morphisme  $\mathcal{f} : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ ,  $f \circ \mathcal{I}_A = \mathcal{I}_B \circ f = f$ .

h) L'Axiome C2 : Si  $f : A \rightarrow B$ ,  $g : B \rightarrow C$ , et  $h : C \rightarrow D$ , alors  $(hg)f = h(gf)$ . De même, pour tout choix de Morphismes  $\mathcal{f} : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ ,  $g : \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}$ ,  $h : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$ , nous aurons :  $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$ .

j) La Règle : Si  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  sont deux catégories, Alors nous noterons  $\mathcal{C}_1 \times \mathcal{C}_2$  la *Catégorie Produit* qui a pour objets les couples formés d'un objet de  $\mathcal{C}_1$  et un objet de  $\mathcal{C}_2$ , les couples  $(f_1, f_2)$  où

$(f_1 : A_1 \rightarrow B_1$  et  $f_2 : A_2 \rightarrow B_2)$  étant les flèches de source  $(A_1, A_2)$  et de but  $(B_1, B_2)$ . Il faut bien noter ici :

que  $\mathcal{C}_1 \times \mathcal{C}_2$ , du fait que l'Objet « Couple » peut n'appartenir ni à l'une, ni à l'autre, est un objet externe à  $\mathcal{C}_1$  comme à  $\mathcal{C}_2$ . Donc *Produit* sera nécessairement une  $\mathcal{C}_3$ ; Voir à Extension, Prolongement, Prolongement Analytique.

k) La Règle : Si il existe une flèche  $g : B \rightarrow A$ , vérifiant  $gf = 1_A$  et  $fg = 1_B$ , alors la flèche  $f : A \rightarrow B$  sera dite un *isomorphisme* de  $\mathcal{C}$ .

---

3 De « Homologues » au sens de « mêmes Parties d'un Objet de Discours », Liés par la Liaison Flèche !

l) La Règle : Si il existe des flèches  $h : X \rightarrow A$ , et  $k : X \rightarrow A$ , vérifiant  $fh = fk$ , et  $h = k$ , alors la flèche  $f : A \rightarrow B$  sera dite un *monomorphisme* de  $\mathbf{C}$ .

m) Du fait de la règle « j », il est toujours possible de choisir, et souvent utilisé, une Catégorie spéciale d'Objets appelée « Dénotateurs » et/ou « Index » notée  $\mathbf{I}$  pour désigner parmi les Objets d'une Catégorie  $\mathbf{C}$  ceux que l'on souhaite identifier à identifier et qui forment une *Famille d'Objets*.

Cette règle est créée par le Traducteur, mais elle est analogue à l'axiome dit « du Choix » dans la Théorie Axiomatique des Ensembles, et si, comme en géométrie sans l'axiome des parallèles, il est possible de statuer sur la validité de beaucoup de propositions sans ces règles ou axiomes, c'est plus confortable avec.

n) Du fait des « Définitions » : « d », et « m », les Objets de toute Collection  $\text{Ob}(\mathbf{C})$  peuvent appartenir à des Familles identifiées telles que A, B, C, X, et eux-mêmes être identifiés comme des Individus distincts désignés par :  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ ,  $X_i$ . Cette règle est introduite par le Traducteur.

p) Une Famille d'Objets est un Objet. Ceci aussi est introduit en plus.

q) Nous utiliserons le signe «  $\in$  » sous la forme grammaticale :  $A \in \text{Ob}(\mathbf{C})$  pour dire que l'Objet A a été « **vu** » dans la collection  $\text{Ob}(\mathbf{C})$ . Le concept d'Appartenance proprement dit se trouve dans l'axiomatique des Classes et des Ensembles, pas celle des Catégories ! Voir à « Vue » et « Présence ».

r) La Règle : Si  $(A_i) (i \in \mathbf{I})$  est une famille d'objets, un objet A muni de flèches  $p_i : A \rightarrow A_i$ , est un *Produit* des  $A_i$  si, pour toute famille de flèches  $(f_i : X \rightarrow A_i)$ , il existe une flèche unique  $f : X \rightarrow A$  telle que, pour tout  $i \in \mathbf{I}$ , on ait  $f_i = p_i f$ .

s) La Règle : Si, pour tout objet X, il existe une flèche unique de source X et de but A, alors l'objet A est dit « *Final* ».

Cette Règle, ainsi nommée ici car elle n'est posée ni comme Axiome, ni comme Définition, donne l'occasion de soulever des questions épineuses !

D'abord, est-il nécessaire de la formuler ainsi ? Les objets dans les catégories ne sont pas ponctuels, puisqu'ils sont toujours munis d'au moins une flèche que nous pouvons considérer comme leur donnant une Dimension, notion sur laquelle nous devons revenir. La théorie des catégories n'est pas celle des graphes et ne peut faire l'objet d'une analogie sans précaution.

Cependant :

Dans une catégorie, un objet, disons A, ne peut être solitaire, il faut au moins un objet B qui soit but de la flèche de source A ou un B qui soit source de la flèche de but A.

Si d'aventure nous prenons une expression comme infra : (Voir aussi à Valence, Coordinence, Affinité, Ordre d'un Graphe).

$1_A : = A \rightarrow A$  nous devons recourir à m) et n) et supposer en réalité :

Si  $(A_i) (i \in \mathbf{I}) ; (A_j) (j \in \mathbf{I}) ; 1_A \circ f = f$  et  $g \circ 1_A = g$ , pour toute flèche  $f$  de but A et toute flèche  $g$ ,

de source A ; alors  $1_A : = A_i \rightarrow A_j$ , est une *flèche unité*.

Nous pouvons supposer que l'Auteur a mis « X » pour « Un B quelconque ». Soit. Cela supposerait que tous les objets de  $\text{Ob}(\mathbf{C})$  possèdent une flèche de but A.

Ou bien que l'on puisse former une telle flèche par h) et e). Il faudrait s'assurer qu'il n'y a pas contradiction avec l'unicité du lien entre X et A.

N'eût-il pas été plus simple de dire que quand un objet n'est source d'aucune flèche, sauf éventuellement celle ou celles qui le prennent comme but en Lacet, il sera dit final ? En théorie des

Graphes, il est des Nœuds Sources Initiaux et des Nœuds Puits Finaux.  
 Cela aurait le mérite de ne pas exclure le cas où plusieurs flèches pourraient avoir A comme but !  
 Car en effet, nous pouvons nous demander si l'Auteur n'a pas ressenti que cette définition pouvait en réalité être un Axiome et sa ressemblance avec l'Axiome dit « des Parallèles » en Géométrie ?

Pour qu'une Théorie soit utilisable, il faut en effet que nous puissions « Identifier » des objets rencontrés, [ensembles (éléments, relations sur l'ensemble), groupes, espaces topologiques, etc.) comme aussi (morphismes (injections, surjections), produits cartésiens, structures, etc.), avec des objets de la théorie ou au moins leurs propriétés. Ceci donnant une « Interprétation » de la théorie.

Par exemple, les Théories Algébriques, Géométriques, Modulaires peuvent être vues comme de petites catégories vérifiant divers jeux d'axiomes ! Mais tout Modèle construit dans l'une a un Correspondant dans chacune des deux autres.

Donc chacune de ces trois « Théories Mathématiques » comporte des Objets ayant des Images dans les autres et tout Modèle que l'on peut construire dans l'une a un Modèle isomorphe dans les autres.

Or l'axiomatique de ces domaines mathématiques est fondée sur la Théorie des Ensembles.

Et l'Auteur introduit le terme « tout ». Il applique « Tout », que nous sommes fondés à reconnaître comme le mot du Quantificateur Universel «  $\forall$  » sur « Couple ». Dont nous pouvons déduire qu'il compte sur la Théorie des Prédicats du Premier Ordre pour sécuriser son discours. Or « Tout » est une Primitive dans le Langage de la Logique du Premier Ordre, assez mal définie par ailleurs ! Et la Théorie Axiomatique des Ensembles, traitée par exemple par Jacques Stern, se fonde sur cette logique, quoique les « grands cardinaux » ne puissent être autre chose que des « primitives » !

Continuons ! Et abrégeons !

t) Les *Épimorphismes*, les *Sommes*, les *Objets Initiaux* d'une Catégorie **C** sont définis respectivement comme les Monomorphismes, Produits et Objets Finaux de la Catégorie duale **C\***.

## 2§ Foncteurs.

2§o) Les Correspondances entre Catégories préservant les Morphismes sont appelées « Foncteurs ». Voir à Correspondance.

Il s'agit de donner :

2§a) La Règle : Si **C** et **C'** sont deux catégories, Alors un foncteur **F** de **C** dans **C'** associe à tout objet A de **C** un objet **F(A)** de **C'** et à toute flèche  $f : A \rightarrow B$  une flèche  $F(f) : F(A) \rightarrow F(B)$  selon les axiomes ci-après.

2§b) Pour tout objet A de **C**, nous avons  $F(1_A) = 1_{F(A)}$ . Cela peut être rapproché de g) du 1§.

2§c) Si  $(g, f)$  est composable dans **C**, alors  $F(gf) = F(f) F(g)$ . Cela peut être rapproché de e) du 1§.

Il est possible de Définir **F** comme : **Foncteur** de **C** dans **D** tel un  $F : C \rightarrow D$  : tel que :

application  $X \mapsto F(X)$ , de  $\{Ob\}_C$  dans  $\{Ob\}_D$  ; et, application  $U \mapsto F(u)$ , de  $\{Hom\}_C$  dans  $\{Hom\}_D$ , telle que si  $u \in \{Hom\}_C(X, Y)$ , alors  $F(u) \in \{Hom\}_D(F(X), F(Y))$  ;

plus  $F(\text{id}_X) = \text{id}_{F(X)}$  ; et si :

Covariant :  $F(U \circ V) = F(u) \circ F(v)$  ; et si Contravariant :  $F(U \circ V) = F(v) \circ F(u)$ .

Voir Tenseur, Fluctuation, Variation, Modification, Polarité, Niveau, Écart, Écart-type, Matrices et Appariements « Significatifs » comme Énumération d'Appariements et d'Antinomies. (4-5 à 10-12 Objet couramment) ; Voir Empan, Dépendances et Indépendances, Dimensions, Différences, Différentielles.

Et puis c'est tout ! Voir à Composition, Additivité, Sommabilité, Commutativité, Produit, Espace, Affine, Vectoriel.

u) Clause de Clôture : Rien de ce qui ne répond pas aux Critères énumérés ci-dessus n'est une Catégorie.

Du moins parce que nous passons sur les développements et considérations sur les propriétés de ces intéressantes choses ! Il est possible, un objet, des « choses », selon certaines écoles, n'étant déterminés et « définissables » que par leurs propriétés, que nous les mettions en annexes !

V Pourquoi avoir introduit des choses aussi hermétiques<sup>4</sup> me direz-vous ?

D'abord parce que la Théorie des Relations et la Théorie de la Logique Mathématique peuvent être vues, sauf les réserves énoncées au début, comme des cas particuliers de la Théorie des Catégories, à fortiori la Théorie des Classes et la Théorie des Ensembles pourront en être dérivées. Ensuite, parce que l'Auteur d'un livre traduit<sup>5</sup>, que nous ne perdons pas de vue, rassurez-vous, si il a soigneusement expliqué qu'il s'appuie sur un « Lower Predicate Calculus » que chacun est censé connaître et donné son dialecte du Langage, nous assène les Foncteurs sans donner la moindre lumière sur ce que c'est ! Et pour cause : impossible de les faire naître dans des roses ou des choux !

Reprenons :

La pensée humaine fonctionne donc en distinguant des **Catégories** dans le monde accessible aux sens et aux instruments qui les complètent, et en établissant des relations entre ces **Catégories**. **Catégories** générales ou objets individualisés qui les instancient, les concrétisent.

La première illustration en fut le Langage, qui a marqué de façon décisive l'émergence de l'humanité. Puis les Sciences ont poursuivi l'œuvre du Langage, en se fixant comme premières tâches les distinctions identifiantes et les Classifications.

Voir à Systématique, Caractère et Trait.

De leur côté, les Sociétés ne peuvent fonctionner qu'en distinguant des Catégories Sociales, et en prescrivant ou en tolérant leurs rapports.

Il faut bien distinguer l'enfant de l'adulte, le professeur de l'élève, le fonctionnaire de la personne qui exerce une profession libérale, etc.

---

<sup>4</sup> En toute rigueur, Catégories et Langage de Calcul ad-hoc, Relations et Langage de Calcul ad-hoc, Propositions et Langage de Calcul Logique d'Ordre Zéro, Prédicats et Langage de Calcul Logique d'Ordres Un et Deux auraient dû être introduits dans cet ordre. Et le premier étant « posé », les autres en auraient été des « extensions ».

<sup>5</sup> Abraham Robinson ; Coll : Éléments de Logique. Systèmes Non-standards. Abraham Robinson, Brouwer et Heyting, école de logique Mathématique néerlandaise. Comme Łukasiewicz, Blanché, Grize, d'une part, ils complètent les Logiques de Zermelo, Fraenkel, Cantor qui sont Ensemblistes, et Von Neumann, (Bernays ou Baire ?), Gödel qui donnent les Classes, et aussi, ils précisent la Théorie des Types, comme l'Axiomatique des Fondations.

## **Abordons brièvement les Catégorisations et donc les Catégories purement Psychiques.**

Ce n'est pas parce que tel ou tel peuple n'a pas toujours de Mot pour les différencier que les différences ne peuvent être partout posées !

L'Éthique se distingue de l'Esthétique comme de la Pragmatique. Partout, en toute langue, il est possible de distinguer le Bien et le Mal du Beau et du Laid, comme du Bon et du Mauvais !

Le Sacré et le Profane, même chez les Athées, sont discernables !

Mais ces nécessaires Catégorisations apportent diverses difficultés. La première est celle des frontières, objet de la revue qui nous a intéressés, et qui sera en Bibliographie, les Articles concernant les Bornes, Adhérences, Frontières, Points Distingués et Limites étant Fondamentaux.

Frontières entre le monde "Quantique" et le monde "Classique". Frontières entre les espèces, animales ou végétales. Frontières entre l'adolescent et l'adulte. Frontières entre l'incivilité et le délit, etc. Voir à Dose et Domaine pour une Référence précise ! Voir aussi les Axiomes de Choix et de Fondation.

La seconde difficulté réside dans l'application de **Catégories** partiellement ou totalement inadéquates, soit parce que les connaissances ou la civilisation ont évoluées, soit parce qu'elles résultent de préjugés ou d'éthiques dépassées, ce qu'on appelle les "discriminations"! Voir Sophisme.

Et cette réflexion se boucle sur elle-même, car la distinction entre catégorisation légitime et discrimination injustifiée n'est pas toujours évidente. Par exemple, la parité entre hommes et femmes n'est pas applicable à toutes les professions, et cela peut dépendre des cultures apparemment, des physiologies plus sûrement.

Non pas que des Femmes puissent se voir refuser l'Accès à quelque Emploi, mais en certains emplois, un des sexes sera plus fréquemment à même de bien les exercer. Ce n'est pas une Culture qui a jamais pu déterminer un Rôle Biologique !

Donc, si l'un des sexes réussit moins bien que l'autre au recrutement, ce n'est pas une raison pour en changer les Règles, tant que les Candidates et Candidats subissent les mêmes épreuves.

Il peut même être possible de considérer que, pour des raisons de Culture, justement, il soit bon de prévoir un barème spécial pour ce qui concerne les épreuves physiques, toutes les tâches ne demandant pas les mêmes efforts.

Voir Discrimination, Barème, Handicap, Rôle, Test.

3§ Une Théorie des Catégories fournit un *Lieu* dans lequel peut s'inscrire le concept de Relation et assigne à celui-ci une place déterminée dans ce lieu ; il le situe, si l'on peut dire, topologiquement .

Aristote, puis Kant, ont rattaché les catégories à la doctrine du Jugement, plus particulièrement aux propriétés des divers modes selon lesquels peut fonctionner le Jugement.

Chez Aristote elles ont une portée à la fois logique et ontologique, chez Kant elles ont essentiellement une portée épistémologique, avec des aspects logiques d'un point de vue criticiste. Ce n'est pas incompatible.

Aristote présente les Catégories comme les différentes espèces de prédicats que l'on peut attribuer à un sujet dans le jugement (le terme vient de « catogorein » : attribuer – positivement ou négativement (cf. : Discerner !) ; (Aristote a envisagé l'Indéfini, mais a reculé devant les

complications. Kant osera, mais nous ne maîtrisons pas encore totalement, après 2500 ans de recherches, la chose !), un Prédicat à un Sujet). Comme la synthèse judicative<sup>6</sup> a une signification ontologique<sup>7</sup>, les catégories doivent être considérées comme des déterminations réelles de l'être. Voir à Paradigme, Question, Circonstance.

Ce sont les Genres les plus généraux de l'être. Voir à Ontologie, **Être, Genre**, Transcendant.

À ce titre, elles constituent des notions irréductibles<sup>8</sup> : on ne peut les définir réellement<sup>9</sup> les unes par les autres, et on ne peut les ramener à un Genre unique suprême. (Voir à ce propos en axiomatique la notion d'indépendance des axiomes et la notion d'univers défini par des axiomes et les objets afférents).

La Relation n'est que l'une des dix catégories retenues par Aristote. À vrai dire, ce n'est pas directement la notion de Relation qui est caractérisée et expliquée dans les textes concernés, mais la notion de « relatif à » (<sup>10</sup>proch' ti, cf. : proximité mot dérivé en français).

Ainsi il y a : <<<<

« Dans les *Catégories*, l'explication fait appel à la notion de dépendance ; dans la *Métaphysique*, elle consiste à évoquer un certain nombre de relations déterminées, rangées en trois classes : arithmétiques, action et passion, connaissances.

« On appelle relatives ces choses dont tout l'être consiste en ce qu'elles sont dites dépendre d'autres choses, ou se rapporter de quelque façon à autre chose : par exemple, *le plus grand* est ce dont l'être consiste à être dit d'une autre chose, car c'est **de** quelque chose qu'il est dit plus grand ; et *le double* est ce dont tout l'être est d'être dit d'une autre chose, car c'est **de** quelque chose qu'il est dit le double ; ... » >>>>.

Voir Relatif, Absolu.

Pour Kant, les catégories sont les formes à-priori de l'entendement pur ; elles représentent les différents modes possibles selon lesquels la pensée discursive peut synthétiser le divers offert à la sensibilité<sup>11</sup>, et entrent à ce titre, de façon intrinsèque et nécessaire, dans la constitution de l'objet de connaissance.

C'est dans le Jugement, qui est l'expression de la synthèse réalisée par l'entendement, qu'elles trouvent leur lieu de manifestation. Il y aura donc autant de Catégories que d'espèces de jugement. Nous avons vu que l'on peut classer les jugements selon leur Quantité, leur Qualité, leur Relation et leur Modalité.

À chaque fois, c'est une dimension indépendante, et dans la troisième, nous avons les caractères Catégoriques, Hypothétiques et Disjonctifs. Ces caractères déterminent trois espèces de jugements, et les catégories de **Substance**, de **Causalité**, et d'**Action** mutuelle. Voir aussi à

---

6 De « Jugement ».

7 Rappelons, pour les profanes, que l'« Ontologie » est ce qui dans le discours consiste à décrire ce qui est inhérent et intrinsèque à une entité, sa « Substance » et son « Essence » chez les Anciens. C'est aussi ce que l'on entend encore aujourd'hui par la « Nature » de quelque chose. Dès qu'intervient une « Sémantique », il y a de l'ontologie. En particulier les considérations sur les « Ordres » et « Niveaux » en Logique, comme la Théorie des Types et les Héritages, et une bonne part de la Théorie des Classes reposent sur des ontologies. En revanche, puisque purement syntaxiques, les Langages et Systèmes Logiques, comme la Théorie des Ensembles sont vides de considérations ontologiques.

8 Une étude plus approfondie des Catégories dans l'optique aristotélicienne ne pourrait relever que d'une annexe. Voir aussi à « Primitives ».

9 Voir à Référence et Référence Circulaire.

10 En grec ! La plupart des Auteurs, quand ils citent un mot grec le font dans l'alphabet grec. Il existe des règles de transcription reconnues, mais pour l'instant, nous préférons une approximation !

11 Les Penseurs devraient cesser de croire et présenter ces points de vue comme incompatibles et antinomiques !



Métrologie.

Comme on le voit, la Relation n'est pas à proprement parler une catégorie mais une classe de catégories.

Elle constitue la synthèse qui consiste :

— soit à rapporter un Prédicat à un Sujet (ou plusieurs), comme à son support d'inhérence, de façon affirmative, négative ou indéterminée, universelle, particulière ou singulière, assertorique, problématique ou nécessaire ;

Voir Prédicat.

— soit à rapporter un effet à « ce dont il résulte suivant une règle » ; Voir Conséquence.

— soit à rapporter une liaison à un Agent et un Patient dans les termes d'une action réciproque (Au sens de ce que toute « action » suppose une « passion » (« agir » est indissociable de « subir »)).

Voir à Communauté.

>>>>

Kant pose un principe suprême, qui est en quelque sorte la loi générale de la Relation :  
« L'expérience n'est possible que par la représentation d'une liaison nécessaire des perceptions. ».

Les catégories ne peuvent exercer leur fonction propre et contribuer à rendre possible, avec la constitution de l'objet, la connaissance de celui-ci, que dans la mesure où elles sont rapportées, par l'intermédiaire des Schèmes<sup>12</sup> de l'Imagination, à l'intuition sensible.

Voir Piaget et l'Épistémologie Génétique pour les Schèmes Sensori-moteurs, puis les Découplages par Médiations entre Intuitions.

Les *Principes de l'Entendement Pur* prescrivent comment elles peuvent être utilisées, autrement dit comment le divers de l'intuition peut être subsumé sous l'unité des concepts purs.

Les catégories sont gouvernées par les *Analogies de l'Expérience*<sup>13</sup>, à savoir :

— le principe de la permanence de la substance<sup>14</sup> : « La substance persiste dans tout le changement des phénomènes, et sa quantité n'augmente ni ne diminue dans la nature. » ; (Aujourd'hui, les cosmologistes aimeraient que la quantité d'énergie dans l'Univers, et donc la masse, ait été fixée une fois pour toutes !).

(Le fameux « Rien ne se perd, Rien ne se crée », de Lavoisier à Pasteur ! Et Einstein a prolongé la Maxime en Axiome pour sa Physique de l'Énergie !). (Voir, supra et infra : Répétabilité, Fidélité ... !).

Voir aussi le « Principe de Moindre Action », encore que cela ne soit là aussi qu'une Approximation ou, plutôt, un « Cas Particulier », comme un Univers Euclidien est le Cas Particulier d'un Univers de Courbure Nulle et surtout, la bonne Approximation d'Univers à courbures extrêmement grandes ! Enfin, la Recherche perpétuelle par les Physiciens d'Invariants de Systèmes !

C'est aussi le Principe de Continuité de Leibniz ! Voir Monotonie et Genre, et à contrario, Accident, Singularité, Rebroussement, Espèce.

---

12 Ce qui peut être rapproché des « Schémas d'Axiomes » des théories d'ordre supérieur à un. Il est clair, de plus, que la « Méthode Axiomatique » présentée plus loin consistera justement, en grande partie, à énoncer des « Principes de l'Entendement » ! Voir Axiologie, Axiomatique.

13 Piaget nous donnera l'occasion de revenir sur la construction de ces « Analogies de l'Expérience ».

14 Il va de soi que depuis Kant, les chercheurs ont adopté un point de vue moins simpliste et plus nuancé en ce qui concerne les concepts de « Substance » et d'« Accident » ! La Physique Relativiste n'aurait pas pu exister sans ces changements ! La Quantique non plus !

— le principe de la succession causale<sup>15</sup> : « Tous les changements se produisent suivant une loi de liaison de la cause et de l'effet. » ; (Voir le « Changement » comme une trajectoire dans un espace d'états).

Voir aussi à « Successeur », Conséquence, Cause, Effet, Transformations, Inversibilité, Réversibilité, Commutativité, Symétrie, Intrication.

— le principe de la réciprocité d'action : « Toutes les substances, en tant qu'elles peuvent être perçues comme simultanées<sup>16</sup> dans l'espace, sont dans une action réciproque universelle. ». D'après Kant, la science de son temps se déduisait de ces principes. Aujourd'hui, (Newton et son « Action = Réaction » est dépassé, la démarche est quelque peu différente et exposée ci-après, et surtout ailleurs dans les considérations de Physique Quantique. (Voir aussi, ci-dessus : Agir, Actif, et Subir, Passif !). Voir supra à Permanence de la Substance. Et aussi à Réaction, Inverse, Inversibilité.

4§ La Méthode Axiomatique permet d'aborder le problème de la nature de la relation par un tout autre biais. Elle consiste à donner une caractérisation implicite de la notion en énonçant certaines propositions dans lesquelles elle figure ; (Ce qui peut être rapproché des « Schémas d'Axiomes » des théories d'ordre supérieur<sup>17</sup> à un) le contenu de la notion est alors déterminé par les possibilités déductives contenues dans ces propositions (c'est à dire qu'il est exprimé par ces propositions et toutes celles qui en dérivent)<sup>18</sup>. C'est dans le cadre de la Logique Mathématique que cette méthode a été appliquée à la notion de relation. Voir Axiologie.

Auguste De Morgan (1806–1871) est considéré comme le véritable fondateur de la Théorie Logique des Relations. On en trouve cependant quelques anticipations chez les logiciens grecs et chez les scolastiques. De Morgan considère l'étude léguée par les Anciens comme insuffisante. Il remarque que celle-ci ne traite que de l'« Être » et ne pose pas, par exemple une question comme :

« Si le Cheval est un Animal, la queue du cheval est-elle une queue d'animal ? » Hélas, soucieux d'applications mathématiques, il ne donnera qu'un formalisme qui laissera de côté ce genre de considérations. Charles Dodgson, en son temps aussi et davantage ! Il aurait fallu au moins se poser la question de la validité de déductions mélangeant des Relations

---

<sup>15</sup> Il va de soi que depuis Kant, les chercheurs ont adopté un point de vue moins simpliste et plus nuancé en ce qui concerne les concepts de « Cause » et d'« Effet » ! La Physique Quantique n'aurait pas pu exister sans ces changements de Paradigmes !

<sup>16</sup> Bien entendu, le « kantisme » a été amélioré depuis !

<sup>17</sup> Un « Schéma d'Axiome » étant une forme qui demeure Valide quand l'on peut substituer les Axiomes d'une classe d'axiomes entre eux dans cette forme, cela implique forcément une Logique d'Ordre supérieur à Zéro quand l'on veut opérer les substitutions dans une logique d'ordre Zéro ; une Logique d'Ordre supérieur à Un quand l'on veut opérer les substitutions dans une logique d'ordre Un ! Il est démontrable qu'il est, comme pour les Alephs, inutile d'aller au-delà, car une Logique d'Ordre Deux, qui exigerait pour être prouvée Décidable, Complète, ..., demanderait une Logique d'Ordre Trois qui, comme les Triplets, ne peut porter aucune Algèbre Stable !

<sup>18</sup> Cela montre que les Axiomes et les Règles des Langages Formels prétendent vides ne relèvent pas que de la Syntaxe et ont toujours une portée Sémantique. En particulier, les questions des dénotations de dénominations, abréviations et autres, ne sont pas anodines ! Nous devons nous en souvenir. En lisant, vous aurez remarqué des piques envers les Formalistes forcenés. Elles ne visent pas ceux qui s'efforcent de proposer des axiomatiques qui doivent faire de vagues Notions des Concepts précis ! La Méthode Axiomatique est ce qui a donné l'occasion de créer ces Objets que sont les Catégories, les Foncteurs, les Propositions, les Règles et Axiomes qui donnent de la rigueur dans l'usage des concepts d'« Élément », d'« Ensemble », de « Classe » et autres. Ce n'est pas rien !

d'Appartenance à des Classes et des Relations d'Appartenance d'une Classe d'éléments (ou un élément singulier) à un Individu d'un Ensemble !

Donc bâtir des Théories dites « des Types », ces Types étant des Catégories !

Certes, la question « Si Paul est un humain, le tibia de Paul est-il un os d'humain? » peut sembler stupide tant la réponse peut paraître évidente ! Il ne s'agit d'ailleurs que d'une Inférence par Déduction, voire par Syllogisme Déductif.

En revanche, <<"Ceci est un Os, un Tibia, présentant tous les Caractères par lesquels on Définit un Os Humain ; Si ce que je dis est Vrai, puis-je en Inférer avec une Probabilité suffisante pour une Quasi-Certitude, que l'Individu, parfois d'ailleurs Identifié comme Corps Singulier, Particulier (Voir "Lucy", "Toumaï", et consort !), Est Humain ?>>, demande plus de Précautions. Les Inférences en Logiques Inductives sont généralement à poser comme Jugements Hypothétiques et non Assertoriques, encore moins Apodictiques !

Mais la qualité première d'un formalisme doit être de permettre au moins la formulation des énoncés évidents, puisque c'est sur eux que les Formalistes appuient leurs exposés !

Les premiers développements d'une théorie des Relations ont été élaborés par Gottfried Ploucquet (1716–1790) et surtout par Johann Heinrich Lambert (1728–1777). De Morgan introduit les opérations<sup>19</sup> élémentaires sur les relations et en étudie les propriétés. Hélas encore en une Logique Binaire !

Des contributions importantes ont été apportées, dans la seconde moitié du XIXème siècle, à la théorie des relations par Ernst Schröder (1841–1902) et, indépendamment de lui, par Charles Sanders Peirce (1839–1887)<sup>20</sup>.

C'est surtout dans l'œuvre de Bertrand Russell (1872–1970) que la théorie des relations prend tout son essor. Dans une première étape dite « *Principles ...* » (1903), Russell adopte une théorie *intentionnelle* des relations. Puis dans « *Principia ...* », (1910), ce sera une théorie *extensionnelle*.<sup>21</sup>

Si l'on fait le rapprochement avec un exposé en compréhension, les Relations sont des Concepts que l'on peut rapprocher des Flèches de la Théorie des Catégories, dotés de propriétés spécifiques. Russell n'envisage d'ailleurs que les relations à deux termes, un référent *antécédent* et un relaté *conséquent*. Nous devrions montrer, par une interprétation dans la Théorie des Catégories, à nos yeux la plus puissante de toutes, que la catégorie « Relations » est duale de la catégorie « Classes » !

L'Important en ce début de troisième millénaire est la question de la Valence des Atomes Logiques, qui maintenant, doivent pouvoir être, sans composition, avant même composition en Propositions, être des « Prédicats à N places » et des « Objets M fois Prédiqués » ! De plus, les Structures Logiques alors, en conséquence, si elles peuvent rester à Une, Deux Dimensions, peuvent aussi en exiger bien plus ! Voir Degrés de Liberté et Simplexes !

Le concept de « Classes » ne fait généralement pas, du fait que les « Relations » et les « Classes » sont des catégories duales, l'objet d'une théorie séparée !

En revanche, si nous posons avec lui, dans le cadre de la Théorie des Catégories, que les Relations quelconques isomorphes entre elles sont dites être caractérisées par un « Type » de « Relation » », nous ouvrons des perspectives intéressantes. Voir aussi à Modèle et Théorie des

---

19 Il serait bon en annexe ou ailleurs de bien définir « Opération » !

20 Ne pas oublier non plus que, comme Peirce, J. L. Austin, cité au moins en un endroit du présent texte, relève de l'école anglo-saxonne de Philosophie Analytique, où il y a eu encore bien des recherches depuis le XIXème siècle et le milieu du XXème !

21 Les deux sont nécessaires et composables en une troisième, comme en Mathématiques, Algèbre, Géométrie, composables en Théorie Modulaire des Topologies et Variétés.

Modèles.

#### Définitions de Morphismes :

Soient  $R$  et  $S$  deux relations binaires,  $C_1$  et  $C_2$  leurs champs respectifs. On dit que ces relations sont isomorphes s'il existe une correspondance<sup>22</sup>  $f$  1-1 entre  $C_1$  et  $C_2$  telle que, si  $xRy$ , alors  $f(x) S f(y)$  et réciproquement<sup>23</sup>. Il résulte de cette définition que l'isomorphe entre deux relations est elle-même une relation réflexive, symétrique, et transitive. (Nous la noterons volontiers «  $T$  » ; En rappel, il ne faudra pas confondre « type de relation » avec « classe de relations » !).

Une telle relation est appelée relation d'équivalence<sup>24</sup>. Ce qui permet d'associer à toute relation  $R$  un « Type de Relation » noté  $\mathcal{T}(R)$ , et cela de telle sorte que, si  $R$  est isomorphe à  $S$ ,  $\mathcal{T}(R) == \mathcal{T}(S)$ , et réciproquement. Deux relations isomorphes entre elles ont même type, et deux relations de même type sont nécessairement isomorphes ; un type de relation caractérise<sup>25</sup> ce qui est commun à une collection<sup>26</sup> de relations isomorphes entre elles. Nous verrons à préciser ce concept de Type pour les Objets en tant que définis par les Relations et les Types de Relations caractéristiques qu'ils possèdent « par définitions » !

En effet, la Théorie dans laquelle il a été dit : « Un Ensemble est une collection d'objets réunis en pensée » a été appelée : « Théorie Naïve des Ensembles ». Nous partons donc d'une Théorie naïve des collections : « Choses se rangeant dans une même Catégorie » ! La Critériologie s'occupe de ces règles de rangement en Suites et Séries ! Voir aussi à « Lambda Calcul ».

Vous avez peut être à portée de mains des bouts de bois et de petits cailloux. Je pourrais prendre des mégots et des cure-dents. Dorénavant, nous essaierons d'éviter de recourir à des pratiques dignes de l'école préélémentaire que d'aucuns voudraient introduire au lycée, puisque des élèves sortent maintenant du collège incapables d'abstraction logique, capacité que Piaget comme les autres chercheurs considère comme devant être acquise autour de douze ans ! Le « autour » doit être très large, puisque un expert m'attribuait à neuf - onze ans une mentalité de quadragénaire, et que certains « normaux » anonnent (en ne considérant que la lecture pour être charitable !) encore à dix-sept ! Euler et Venn n'ayant pas évité des petits dessins, il y en aura quand même quelques uns ! Voir à Diagramme.

Nous ne creuserons pas davantage, ici et pour l'instant, les liens entre Neurophysiologie, Sociologie, et Idéalités, le style de l'Auteur n'y incite d'ailleurs pas, il y a plus urgent !

Il nous faut cependant continuer ce détour, encore une fois très (trop au dire de certains) philosophique, par l'utilisation en 1945 par Eilenberg et MacLane du terme « Catégorie » pour désigner une chose à-priori très différente des « Catégories de

---

22 Que le monde serait agréable si une « Correspondance » n'était pas précisément un type de relations très particulier !

23 Tiens, il faudra que nous définissions « Réciproque », puisque nous avons défini ou définirons : « Contraire », « Contradictoire », « Converse ».

24 Les Lecteurs s'apercevront que nous avons défini supra la relation d'équivalence. C'est parce que cette définition est importante que nous l'avons ajoutée dans la liste de proprio-motu.

25 Comme quoi, les gens de la génération de Hilbert ont tenté de chasser par la porte les « Genres » et les « Différences Spécifiques », voici qu'ils reviennent par la fenêtre, simplement avec de nouvelles dénominations !

Ou presque ! Il y a tout de même des nuances !

26 Tiens, voici qu'un « pro » récupère « collection » pour, enfin, éviter de fonder la « Théorie des Ensembles » sur un « ensemble » décidément trop « naïf » !

l'Entendement » signalées ci-dessus, Chose traité supra à l'aspect § Mathématique.

C'est parce que les Foncteurs dont se servira l'Auteur traduit sont des associations d'objets appartenant explicitement à des catégories que nous devons introduire ces dernières, pourtant rarement utilisées, même par des Mathématiciens.

Voir aussi à Cas et Circonstance, Accident, Complément d'Objet.

Les Corrélatés sont encore à Lister !

## Diagramme :

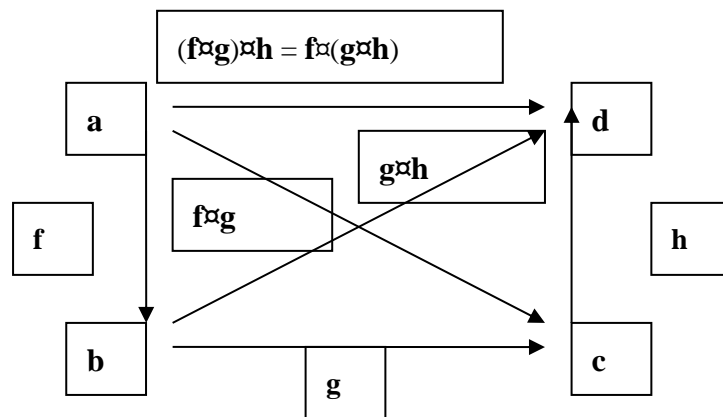
Ici, pour l'instant, « Représentation » (« Chart »), Catégorique, d'un Espace d'États (« Status »), et de Phases ; et de son Contenu ». Voir Catégorie, Graphe, Graphique. Le Mot en Américain est « Statechart ». Où c'est à proprement parler de la représentation d'un Espace d'États qu'il est question, ainsi que de Statuts octroyés à quelques Entités. Voir Plans, Graphe, Organigramme.

Un Outil fondamental de la Théorie des Catégories est la Représentation graphique des égalités entre compositions de morphismes, représentations appelées « Diagrammes commutatifs ».

Voir à Graphe, Catégorie, Objet, Morphisme, Organigramme, Algorithme.

Un exemple simple est l'associativité d'une opération, ici  $\otimes$  (alias  $\square$  ou  $*$ ), de composition d'une catégorie C, qui est exprimée comme la commutativité d'un diagramme dans la catégorie C.

Stoltenberg et Hansen ont bien développé cette Théorie des Catégories.



Voir à Catégorie.

Tracé d'une Courbe, Continue, qui est la Trace de la Trajectoire d'une Entité dans un Espace États – Phases.

Voir à Représentation, Catégorie et Théorie des catégories, Graphes et Théorie des Graphes, pour plus amples détails.

Et à Catégorie, Graphe, Graphique, Plan.