

# Rappel des bases en analyse tensorielle des réseaux

Olivier MAURICE

Le 11 Avril 2011

## Résumé

Cet article veut présenter une synthèse de l'analyse tensorielle des réseaux élaborée par Alain REINEIX et Olivier MAURICE<sup>1</sup>. Cet outil est applicable potentiellement à de très nombreux domaines et plus particulièrement pour tenter de modéliser les systèmes complexes et servir de support aux réflexions de la systémique. Dans le cadre de ma thèse, cet article vient compléter les principes de base qui sont ensuite utilisés dans la modélisation d'un échange client-fournisseur en compatibilité électromagnétique.

## 1 Introduction

On présente ici un type de graphe sur lequel s'appuie un espace topologique. De cet espace et d'autres créés par transformations sont issus divers tenseurs dont une métrique (ou pseudo-métrique au sens riemannien<sup>2</sup>). Les propriétés de cette métrique pourront servir de bases pour des définitions robustes sur la complexité et la systémique.

## 2 L'espace des réseaux

Une quantité  $q$  est échangée, transportée au travers de différents éléments d'une entité. Un ensemble de branches interconnectées par des nœuds modélise ces transports et transformations de la quantité  $q$ . Le transport de cette quantité engendre un débit ou flux  $f$  (il peut s'agir d'un flux de charges, de température, un flux magnétique, etc.). Les  $N$  flux du graphe constituent les  $N$  composantes

---

1. On pourra consulter les articles "Theoretical Application of The Tensorial Analysis of Network for EMC at the System Level" accessible sous HaL - 00166215 ainsi que la publication O. Maurice et A. Reineix "Analyse tensorielle des réseaux hybridée comme outil théorique pour la CEM et l'électromagnétisme" : proceedings du congrès CEM2010.

2. L'ouvrage le plus complet sur ces calculs tensoriels appliqués et quelque peu particuliers est le livre de Denis Papin et Arnold Kaufmann, "Cours de calcul tensoriel", édition Albin-Michel. Le livre n'est plus édité mais peut être consulté dans de nombreuses bibliothèques d'universités.

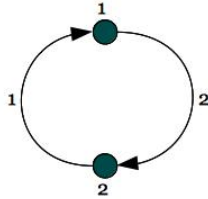
d'un vecteur flux dans la base des branches  $\vec{u}_b : \vec{f} = f^b \vec{u}_b$  (on utilise la convention d'Einstein). Partant des branches on peut définir un espace dual des paires de nœuds sur la base duquel on projette les efforts  $e$  tels que  $\tilde{e} = e_a \tilde{u}^a$  avec  $\vec{u}_b \tilde{u}^a = \delta_b^a$ <sup>3</sup>.

Quelle que soit la quantité  $q$ , les réseaux et l'analyse tensorielle liée ont un invariant qui est la puissance  $s$  du réseau et  $\tilde{e} \vec{f} = e_a \tilde{u}^a f^a \vec{u}_a = e_a f^a = s$ .

Soit  $g$  la métrique, elle est définie par  $e_a = g_{ab} f^b$  et on retrouve  $s = g_{ab} f^a f^b$ .

### 3 Incidences et mailles

Le bilan de conservation de la quantité  $q$  est assuré entre nœuds et branches par l'incidence. L'incidence est une connexion qui traduit de façon discrète la divergence. On écrit :  $\dot{q}^k = B^k_\lambda f^\lambda$  ou  $\dot{q}^k - B^k_\lambda f^\lambda = 0$ . L'incidence  $B$  donne les liens entre nœuds et branches. Par exemple dans le réseau suivant, avec la convention d'une incidence (-1) lorsqu'un flux quitte un nœud et (+1) lorsqu'il alimente un nœud, on trouve l'incidence  $B$  suivante :  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ .



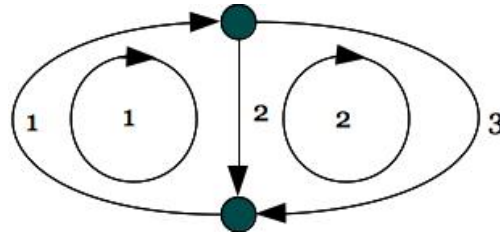
Le réseau est décrit par un graphe orienté, hamiltonien où tous les nœuds ont un ordre supérieur à 1. On peut créer une seconde connexion dont on verra l'importance entre branches et mailles. Ainsi dans le graphe suivant, nous définissons deux mailles et la matrice de connexion  $C$ . On démontre que  $C$  correspond à un changement de référentiel pour les flux.

Lorsque flux de branches et de mailles sont dans le même sens,  $C$  a un terme de connexion égal à 1. Lorsque le sens est opposé, ce terme vaut -1.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

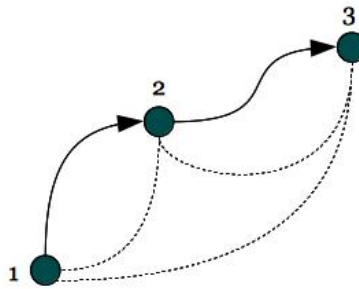
---

3. Ces notions de généralisation aux flux et efforts sont développées depuis longtemps dans les techniques de "bond-graphes". On montre facilement que l'équation de Kirchhoff se retrouve en mécanique, en mécanique des fluides, en thermique, etc. L'ouvrage de G.W.Van Santen traite par exemple des vibrations mécaniques par schémas équivalents : "introduction à une étude des vibrations mécaniques chez DUNOD.



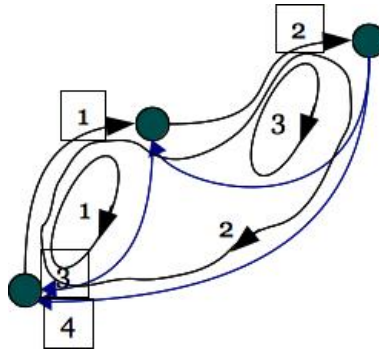
#### 4 Arbre couvrant, cycles fondamentaux et relation topologique

On peut explorer la valeur absolue de l'incidence. Si celle-ci est bien formée, on peut explorer le graphe du premier au dernier nœud par un chemin constitué d'une succession de branches.



On associe dans ce cas la direction des branches au sens de propagation du premier vers le dernier nœud. Cette succession constitue l'arbre couvrant<sup>4</sup>. Repartant ensuite du premier nœud on explore toutes les branches permettant de revenir au nœud de départ de la scrutation et ceci en explorant tout l'arbre couvrant puis en incrémentant le numéro du nœud de départ. On associe à ces branches une incidence qui les dirige vers le nœud de départ. On trouve ainsi dans le cas précédent les 3 mailles du réseau.

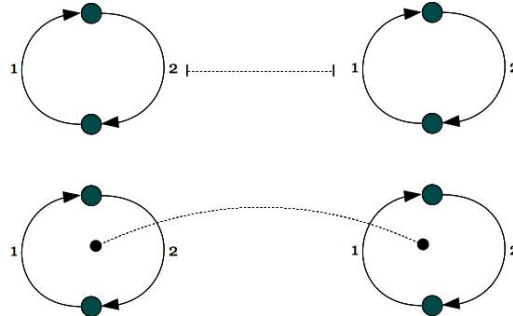
4. Le livre de Christian Roux : "initiation à la théorie des graphes" donne toutes les pistes pour approfondir ces notions (édition ellipses).



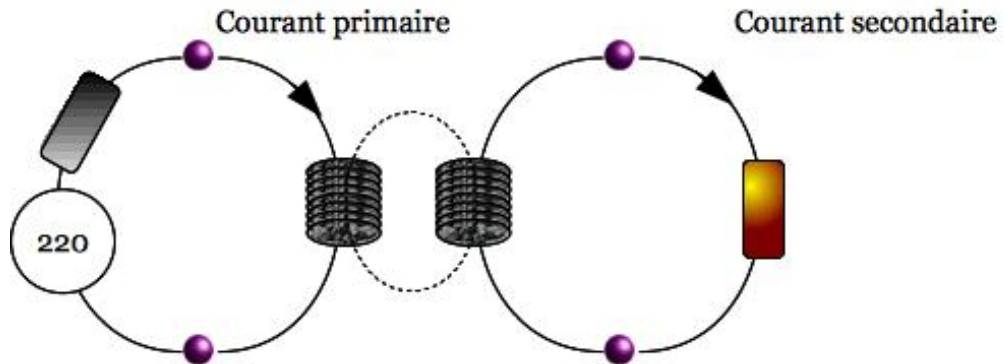
Dans le réseau  $R$  ainsi défini on a  $M$  mailles,  $B$  branches et  $N$  nœuds avec :  $M = B - N + R$ . Pour un réseau hamiltonien,  $R=1$ .

## 5 Cordes

Deux réseaux peuvent interagir par une fonction de couplage entre deux branches ou deux mailles. Cette fonction est symbolisée par une corde.



Ces cordes ne sont pas comptabilisées dans la relation topologique. Elles apparaissent dans la métrique. Par exemple pour un transformateur :

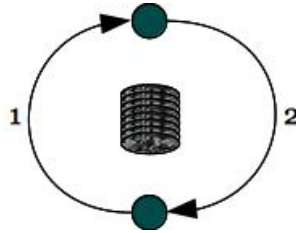


L'interaction entre le primaire et le secondaire du transformateur est une corde portant la mutuelle inductance entre les bobinages. La métrique de ce système est :

$$g = \begin{bmatrix} R1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L2p & -Mp & 0 \\ 0 & -Mp & L3p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R4 \end{bmatrix}. \text{ p est l'opérateur de Laplace.}$$

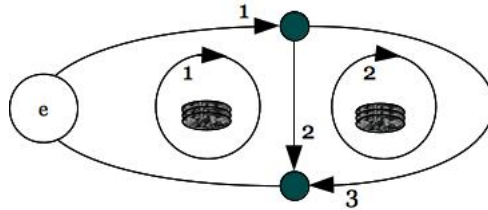
## 6 Propriétés des mailles

Les mailles ont leur espace propre et peuvent être associées à des opérateurs propres. Dans ce cas le symbole de l'opérateur est placé au centre de la maille<sup>5</sup>.



Pour prendre en compte à la fois les propriétés des branches et des mailles on réalise une projection de l'espace des branches vers l'espace des mailles. Mais le changement de référentiel est même plus général comme nous le verrons après.

Considérons l'espace des branches et le réseau suivant :



Dans l'espace des branches le vecteur des sources d'efforts est :  $E_a = [ e \ 0 \ 0 ]$ .

La métrique est :  $g_{ab} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & lp \end{bmatrix}$  où a et b sont des opérateurs quelconques

et l une inductance de solénoïde par exemple (pour l'électronique ou un opérateur différentiateur  $l\partial_t$  en général). Dans l'espace des branches l'équation de Kirchhoff régit les relations entre flux, efforts sources et différences de potentiels (ddp) :  $-e_a + g_{ab}f^b + V_a = 0$ . Appliquons la relation  $f^b = C^b_{\alpha}m^{\alpha}$  où  $m^{\alpha}$  est le

5. Nous avions proposé ce symbolisme très tôt lors d'un premier article en 2004 : "Proposal of a computation technique to predict the EMC system risk using the Kron's method and the wavelets", Maurice, Reineix, Mazari, congrès CEM06.

vecteur des flux de mailles dans l'équation précédente :  $-e_a + g_{ab}C_\alpha^b m^\alpha + V_a = 0$ . Comme  $e_a$  est le covecteur de l'espace dual à  $f^a$ , on a :  $C_\mu^a e_a = e_\mu$ . Multiplions notre équation à gauche par  $C_\mu^a$  :  $-C_\mu^a e_a + C_\mu^a g_{ab}C_\alpha^b m^\alpha + C_\mu^a V_a = 0$ . Or  $C_\mu^a$  est l'équivalent discret de l'opérateur rotationnel. Et par définition,  $V_a$  étant le covecteur des ddp :  $C_\mu^a V_a = 0$ . On obtient finalement l'équation tensorielle de tout réseau dans l'espace des mailles :  $e_\mu = g_{\mu\alpha} f^\alpha$ .

Cette équation beaucoup plus compacte que la précédente revient à un choix de jauge plus adéquate. Si les mailles ont des propriétés propres qui n'apparaissent que dans cet espace, elles sont caractérisées par une métrique  $\mu_{\alpha\sigma}$ . On obtient alors dans l'espace presque complet :  $e_\mu = (g_{\mu\alpha} + \mu_{\alpha\sigma}) f^\alpha$ . Cet espace n'est pas strictement complet car nous avons omis l'existence possible de sources de flux.

## 7 Espace complet de Kaufmann

Kaufmann dans sa thèse<sup>6</sup> a refait une lecture des travaux de Kron. Partant de l'arbre couvrant, les branches de cet arbre peuvent être une base de l'espace des ddp. Dans cet espace, une source de flux devient possible, définie comme flux d'une ddp particulière. Soit  $j^\alpha$  ces flux, on peut étendre la connexion entre les flux de branches et mailles à une connexion entre flux de branches et flux de mailles  $m^\alpha$  et sources de flux  $j^\alpha$ . On écrit :  $f^b = C_\alpha^b (m^\alpha + j^\alpha) = C_\alpha^b k^\alpha$ . Mais dans l'espace des ddp, les termes  $V_a$  ne s'annulent pas. L'équation tensorielle du réseau devient dans cet espace hybride :

$$\begin{Bmatrix} e_\mu \\ V_\alpha + e_\alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_{1\mu\sigma} & g_{2\mu\omega} \\ g_{3\alpha\sigma} & g_{4\alpha\omega} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} m^\sigma \\ j^\omega \end{Bmatrix} \quad (1)$$

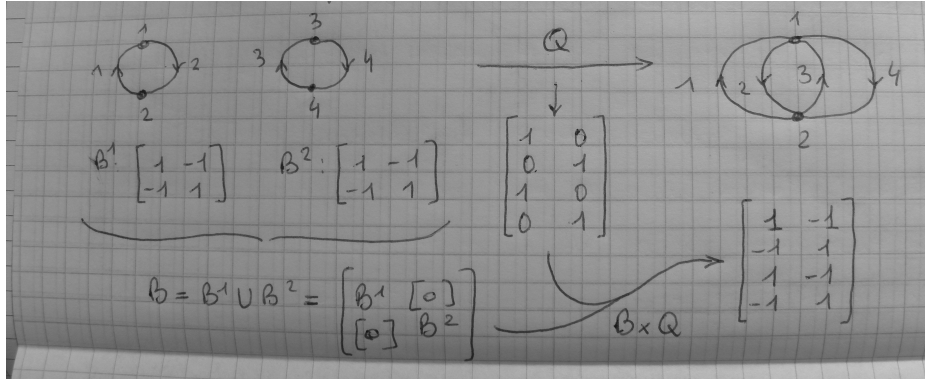
On résout cette équation par morceaux. Dans un premier temps :  $e_\mu = g_{1\mu\sigma} m^\sigma + g_{2\mu\omega} j^\omega$  puis  $V_\alpha = g_{3\alpha\sigma} m^\sigma + g_{4\alpha\omega} j^\omega - e_\alpha$ .

## 8 Transformations

Deux réseaux peuvent s'accoupler, des branches peuvent être ajoutées, supprimées, etc. On dispose aujourd'hui de tout un bestiaire d'opérateurs qui transforment les réseaux et les métriques associées. Par exemple l'opérateur Q accouple 2 réseaux par suppression de 2 nœuds. Il agit sur l'incidence.

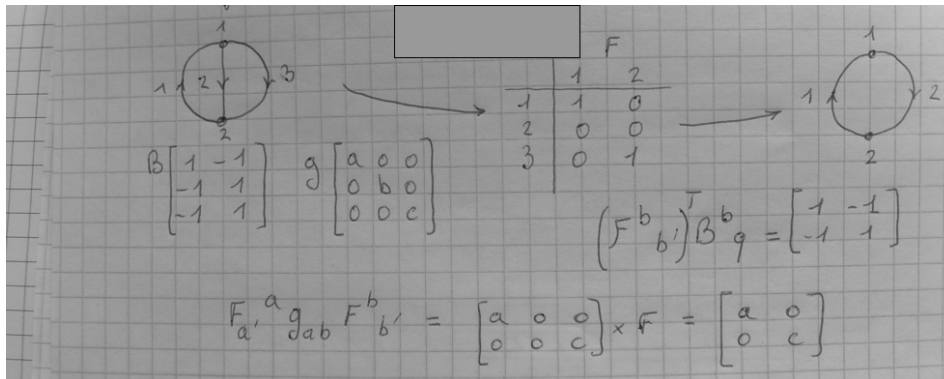
---

6. Cette thèse est accessible sur le serveur TeL avec la référence tel-00277449.



On a :  $B_{q'}^b = B_q^b Q_{q'}$ .

Un autre opérateur important est l'opérateur F qui transforme l'espace des branches. Il agit aussi sur la métrique<sup>7</sup>.



## 9 Interactions

Là aussi différents opérateurs vont permettre de traduire différentes interactions et ce quelle que soit la physique considérée.

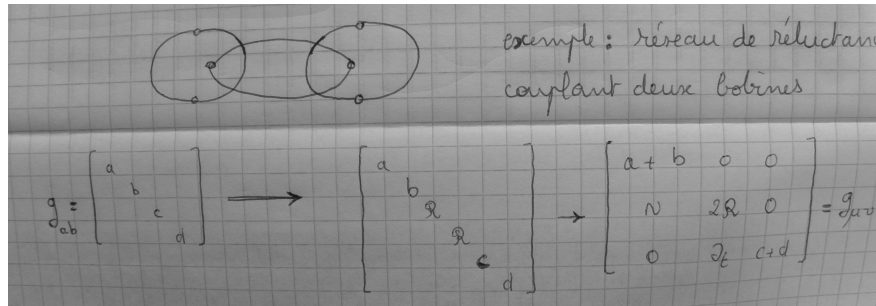
### 9.1 Interactions conduites, champs scalaires : $\sigma, D$

Ce sont les branches qui portent ces interactions. Elles sont contrôlées par des variations provoquées par des opérateurs ou par des variations de la métrique.

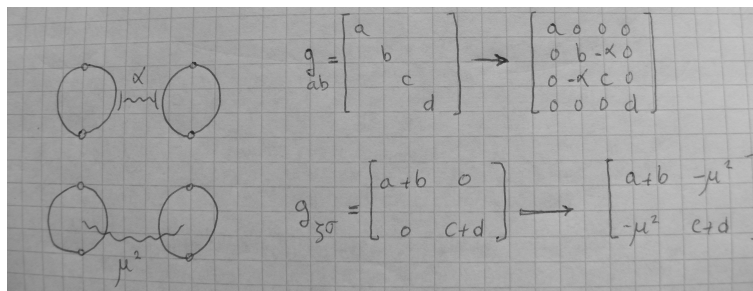
7. La première thèse sur le sujet de l'application de la méthode de Kron à la CEM a été pilotée par le professeur Bernard Demoulin de TELICE - Lille et le doctorant Samuel Leman a écrit un article dans lequel nous abordons en détail l'usage de l'opérateur F : S.Leman, B.Demoulin, O.Maurice, M.Cauterman, P.Hoffmann, "Use of the circuit approach to solve large EMC problems", publication de l'académie des sciences. 2009.

## 9.2 Interactions par réseaux imbriqués : $\mu^1$

Prenons l'exemple de deux réseaux en interaction via des réductances.



## 9.3 Interaction de cordes entre branches $\alpha$ ou entre mailles $\mu^2$



## 9.4 Interaction de Branin

L'interaction de Branin (Branin était un disciple de Kron<sup>8</sup>) se calcule en deux étapes. Dans un premier temps on élabore la matrice chaîne de l'interaction qui modélise un processus d'échange de signaux par un canal caractérisé et connu, comme montré dans l'image suivante. Ensuite on exploite le changement de matrices pour passer en matrice impédance. De cette matrice impédance on déduit la portion de métrique qui est liée à cette interaction.

8. Branin a écrit une monographie remarquable sur les bases de la topologie appliquée à l'électromagnétisme accessible à l'université de Trieste à l'adresse <http://www.dic.univ.trieste.it/perspage/DiscretePhysics/papers/RELATED/Branin.pdf>.



$$\begin{bmatrix} v(0) \\ i(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{z_c} & -\frac{1}{z_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v(l) \\ i(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-jkl} & e^{+jkl} \\ \frac{e^{-jkl}}{z_c} & -\frac{e^{+jkl}}{z_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \end{bmatrix} = [B] \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} v^+ \\ v^- \end{bmatrix} = [B]^{-1} \begin{bmatrix} v(l) \\ i(l) \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} v(0) \\ i(0) \end{bmatrix} = [A][B]^{-1} \begin{bmatrix} v(l) \\ i(l) \end{bmatrix} = [T] (v, i)$$

La transformation de matrice est la suivante :  $Z = \frac{1}{c} \begin{pmatrix} a & \det(T) \\ 1 & d \end{pmatrix}$  si  $T$  est la matrice chaîne :  $T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ .

## 9.5 Espace des moments

L'espace des moments<sup>9</sup> est l'espace des antennes, des échanges d'informations à grandes distances par rayonnement. Dans le principe, il consiste à masquer un espace continu des champs de Maxwell dans une interaction entre branches ou entre mailles. On connecte tout d'abord des flux de branches ou de mailles avec le champ rayonné par des connexions complexes reliant moments et diagrammes de rayonnements :  $A^{\theta, \phi} m^\alpha$ . On propage ensuite le champ dans tout l'espace libre :  $G_{\omega\xi, \theta\phi} A^{\theta, \phi} m^\alpha$ . Un moment récepteur capte le champ dans un réseau éloigné :  $e_\sigma = A_\sigma^{\omega, \xi} G_{\omega\xi, \theta\phi} A^{\theta, \phi} m^\alpha$  et c'est cette connexion qui engendre une source dans le réseau récepteur. L'espace des moments se trouve de fait "enfoui" dans l'espace des branches ou des mailles. De l'interaction entre moments on déduit une interaction  $\alpha$  ou  $\mu^2$  qui est un élément de la métrique  $g_{ab}$  ou  $g_{\mu\sigma}$  en usant conventionnellement de lettres grecques pour l'espace des mailles et de lettres latines pour l'espace des branches.

## 10 Espace de l'information - des événements

Chaque réseau ou groupe de réseaux est encapsulé dans une jonction J. Des sources d'un groupe de réseaux dans une jonction sont alimentées par une connexion vers les ports d'entrée de la jonction; cette connexion réalise une

9. L'analogie entre flux de mailles et moment magnétique m'a interpellé depuis longtemps. Finalement cette nouvelle connexion a été testée avec succès par Samuel Leman dans le cadre de sa thèse. Je l'ai incorporé dans mon ouvrage "Compatibilité électromagnétique des systèmes complexes" chez Hermès-Sciences.

sélection. Au niveau de tout l'espace, jonctions et groupes de réseaux sont imbriqués et on écrit :  $e_\mu = \delta_\mu^i E_i$  où E est le covecteur de l'information<sup>10</sup>.

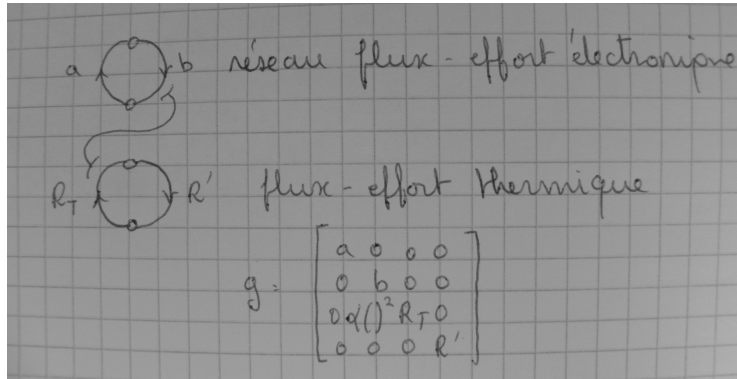
La connexion peut de plus être composée de traducteurs qui transforment l'information E en sources d'efforts e. Les groupes de réseaux traitent ces sources et fournissent des sorties  $m^\alpha$ . Ces sorties sont connectées de même aux sorties des jonctions :  $S^j = \delta_\alpha^j m^\alpha$ . Les sorties sont propagées à chaque instant vers les entrées par une métrique de propagation  $\gamma$  :  $E_i = \gamma_{ij} S^j$ . A l'instant N,  $E_i^{(N)} = \gamma_{ij} S^j^{(N)}$ . En remplaçant les éléments par les relations précédentes on obtient :  $E_i^{(N)} = \gamma_{ij} \delta_\alpha^j m^{\alpha(N-1)} = \gamma_{ij} \delta_\alpha^j y^{\alpha\mu} e_\mu^{(N-1)}$ . Or les sources proviennent de l'information et :  $E_i^{(N)} = \gamma_{ij} \delta_\alpha^j y^{\alpha\mu} \delta_\mu^i E_i^{(N-1)}$ . En itérant les opération et en notant :  $\omega^{ji} = \delta_\alpha^j y^{\alpha\mu} \delta_\mu^i$  on trouve :

$$E_i^{(N)} = \gamma_{ij} \omega^{ji} \gamma_{ij} \omega^{ji} \dots S^j^{(0)} \quad (2)$$

L'état de tout le système à l'instant N résulte de N produits  $\gamma_{ij} \omega^{ji}$ . Mais les deux métriques  $\gamma$  et  $\omega$  peuvent évoluer dans le temps. Dans l'espace d'information, la numérotation des ports doit suivre la causalité des échanges. Des jonctions "retard" peuvent être utilisées pour régler les successions d'événements.

## 11 Multiphysique

De par son caractère tensoriel, la métrique g (ou  $\omega$ ) peut englober des couplages entre modèles rattachés à des objets ou des physiques différents<sup>11</sup>.



10. Nous avons remarqué avec Alain Reineix le comportement remarquable du propagateur en mécanique quantique. Cela nous a inspiré pour développer cette surcouche qui peut être enrichie d'un caractère encore plus riche en information par l'usage de sortes de spineurs. Nous avons écrit un article sur cet essai : "use of Dirac like matrices to compute the wave propagation in various medium". Accessible sur le serveur HaL à la référence hal-00528234.

11. Comme application multiphysique on pourra consulter l'article "Combined effects induced by electromagnetic pulses and single event effect on electronics" par G.Hubert, O.Maurice, R.Gaillard, J-C.Boudenot, congrès EMCCOMPO9.

## 12 Jeu dans l'espace d'information

D'une jonction à l'autre on peut reporter les réseaux avec certaines transformations dans une représentation extensive d'un jeu. Suivant les sorties  $S$ , une probabilité peut être associée à chaque lien entre ports en fonction de considérations exogènes et de l'information  $S$ . Le vecteur d'information  $S$  est accompagné d'un vecteur de probabilité a posteriori  $s^*$ .  $E$  peut aussi être accompagné d'une probabilité a priori  $e^*$ .

Soit  $p \in P$  l'ensemble des ports de sortie à un niveau de l'arbre extensif, le produit  $s^*P S^p$  est l'espérance de gain d'une issue. Un environnement peut intervenir comme source d'informations connectées aux joueurs.

## 13 Solitons et environnement

L'espace des jonctions comme l'espace des réseaux peuvent se situer dans un environnement libre ou confiné. Dans un espace confiné, les interactions  $\alpha$  et  $\mu$  seront déduites des modes autorisés dans le volume de cet espace. Par exemple si l'espace considéré est l'intérieur d'une cavité, les modes autorisés seront ceux de la cavité remplie en présence des équipements qui dialoguent dans la cavité.

L'information quant à elle est un spectre associé à chaque événement dont la valeur moyenne à chacun de ces événements est une image de l'évolution temporelle d'un signal. Un spectre peut être réduit à cette seule valeur moyenne.

## 14 Sur les jeux et l'information

Une forme extensive peut être vue comme un sous-jeu<sup>12</sup>. L'ensemble des sous-jeux modélisant divers comportements ou connaissances de départ considérés comme hypothèses pour développer un raisonnement - un jeu. Les sous-jeux ou le jeu sont à information imparfaite ou incomplète suivant leur topologie.

## 15 Quelques définitions et propositions de définitions

Un système est caractérisé par :

1. sa topologie
2. ses sources propres
3. ses métriques

Comment définir la complexité d'un système ? Essayons de nous raccrocher aux principes de la systémique. En reprenant la synthèse de Daniel Durand page 11, on lit 3 séries de causes de la complexité :

---

<sup>12</sup>. Comme ouvrage très complet sur la théorie des jeux on pourra consulter "Game theory" de Fudenberg et Tirole, paru chez MIT press en 1991.

- cause 1 : nombre et caractéristiques de ses éléments et de ses liaisons
- cause 2 : incertitudes et aléas propres à son environnement
- cause 3 : rapport entre ordre et désordre.

Reprenons chaque cause pour essayer de la traduire par une équation correspondante.

### 15.1 Cause 1

Le nombre et la somme des dimensions de l'espace des mailles, des cordes, des jonctions et des ports en sont une image. Soit C1 la cause 1, on aurait :  $C1 = M + C + J + P$ . La complexité des éléments est représentée par les degrés des opérateurs de la métrique. On modifie l'équation précédente pour écrire :  $C1 = \left\{ \sum_{k=1}^M M_k \cdot D_k + \sum_{k=1}^C C_k \cdot D_k + \sum_{k=1}^L \gamma_k \cdot D_k \right\}$ ,  $D_k$  étant le degré des opérateurs et  $\gamma_k$  synthétisant l'aspect J+P.

### 15.2 Cause 2

Soit  $\epsilon_k$  les différentes espérances de gains des différents sous-jeux, leur dispersion est une image de l'incertitude :  $C2 = \sum_k \sigma(\epsilon_k)$ .

### 15.3 Cause 3

Les espaces topologiques des nœuds, branches, mailles, sont des restrictions de champs évanescents. Ils représentent de fait un ordonnancement - une organisation du champ. A l'inverse les espaces les plus ouverts - interactions  $\alpha$ ,  $\mu^2$ , espace des moments et liens ouverts dans l'espace J, sont très désordonnés, de forte entropie.

La variation d'entropie est liée au caractère irréversible du système. Ce caractère transparaît via la symétrie des métriques. Posons :  $\Delta S^1 = f(g_{\mu\nu} - g_{\nu\mu})$  et  $\Delta S^2 = f(\gamma_{\mu\nu} - \gamma_{\nu\mu})$ . Le rapport entre ordre et désordre est alors peut-être indiqué par :

$$C3 = \frac{\sum_{\mu,\nu} |g_{(\mu)(\nu)} - g_{(\nu)(\mu)}|}{\sum_{\mu,\nu} |g_{(\mu)(\nu)} + g_{(\nu)(\mu)}|} \text{ et/ou } C3 = \frac{\sum_{\mu,\nu} |\gamma_{(\mu)(\nu)} - \gamma_{(\nu)(\mu)}|}{\sum_{\mu,\nu} |\gamma_{(\mu)(\nu)} + \gamma_{(\nu)(\mu)}|}$$

A défaut de dire si un système est complexe, les propositions de définitions C1, C2, C3 peuvent permettre d'en évaluer le degré de complexité.

## 16 Sur les boucles

Dans l'analyse tensorielle des réseaux, les boucles de rétroaction comme toute la modélisation intrinsèque du système sont contenus dans la métrique et ses opérateurs. Rattachée à un choix d'espace de configuration, elle décrit toutes les boucles à toutes les échelles présentes dans le système. Lorsque l'on veut étudier une partie de ce système - ce qui est toujours le cas - il faut réaliser une fermeture stochastique de certaines boucles.

Branin a précédemment étudié ces fermetures. Dans le principe, cela consiste à enrichir une branche (des branches, mailles, etc.) d'une source reportant les interactions provenant d'une partie omise du réseau, et de supprimer les liens aux limites évanescentes avec les champs environnants. Un bon exemple de ce type de fermeture, suivant la précision que l'on cherche, est le calcul de la trajectoire de la Lune suivant le nombre de corps considérés. Ce qui est certain, c'est que l'on ne peut pas considérer tout l'univers. L'opération de fermeture ainsi envisagée revient à une réduction, une extraction d'une partie de métrique possible après diagonalisation par report de sources et/ou couplages non significatifs :

$$\left\{ \begin{array}{l} g = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & -c & 0 \\ 0 & -c & d & -c' \\ 0 & 0 & -c' & h \end{bmatrix} \rightarrow g' = [d]_{e_\mu=e_\mu+[-cf^2-c'f^4]} \\ f^2, f^4 = \lim_{\epsilon_2(f^3), \epsilon_4(f^3) \rightarrow 0} (f^2 + \epsilon_2, f^4 + \epsilon_4) \quad \forall f^3 \end{array} \right. \quad (3)$$

## 17 Conclusion

L'analyse tensorielle des réseaux s'appuie sur des graphes enrichis de cordes et encapsulés dans des graphes de jonctions. Pour chacune de ces topologies elle fournit une méthode précise et rigoureuse afin de traduire mathématiquement les agencements les plus complexes que l'on puisse imaginer sur ces réseaux enchevêtrés. Elle semble donc pouvoir prendre en charge une théorie visant à guider ou à servir elle-même de support aux réflexions de la systémique.